



**UNIVERSIDAD DE TALCA
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL**

**EVALUACIÓN DE TRES MODELOS
PRECIPITACIÓN – ESCORRENTÍA (BUDYKO, TURC-
PIKE Y PIZARRO), EN LA CUENCA DEL RÍO
ACHIBUENO, VII REGIÓN, CHILE.**

FERNANDO F. MARABOLÍ FUENZALIDA

**Memoria para optar al título de
INGENIERO FORESTAL**

**Profesor Guía: Dr. Ing. Roberto Pizarro Tapia.
Profesor Patrocinante: Dra. María Gloria Icaza Noguera.**

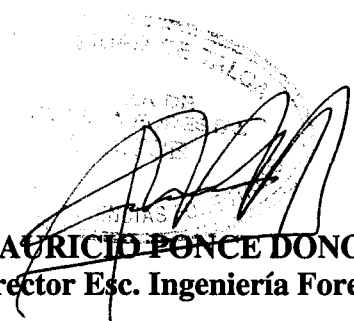
**TALCA-CHILE
2000**

**UNIVERSIDAD DE TALCA
FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES
ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL**

El alumno Sr. Fernando Fabián Marabolí Fuenzalida, ha realizado la memoria titulada **“EVALUACIÓN DE TRES MODELOS PRECIPITACIÓN – ESCORRENTÍA (BUDYKO, TURC-PIKE Y PIZARRO), EN LA CUENCA DEL RÍO ACHIBUENO, VII REGIÓN, CHILE”**, como uno de los requisitos para optar al título profesional de Ingeniero Forestal, con el Sr. Roberto Pizarro Tapia, como profesor guía y la Sra. María Icaza Noguera como profesor colaborador.

La comisión de evaluación, constituida por los profesores Sres. : Roberto Pizarro Tapia y Mauricio Ponce Donoso, calificó con nota promedio de 6,7 (seis coma siete).

**TALCA, CHILE
2000**


**MAURICIO PONCE DONOSO
Director Esc. Ingeniería Forestal**

A mis queridos Padres y Hermanos.

A mi esposa Jacqueline.

A mis sobrinos Diego y Eduardo.

AGRADECIMIENTOS

El autor quisiera expresar sus más sinceros agradecimientos a las personas e instituciones que de una u otra forma, desinteresadamente, aportaron apoyo humano, técnico y académico a la realización de éste, en especial a:

- Al Profesor Guía de esta Memoria Dr. Roberto Pizarro T., por su esmerada asistencia y sus constantes apoyos.

- A la Universidad de Talca, por facilitar la literatura técnica respectiva, así como también el apoyo a través de material de impresión, equipos y programas computacionales para el desarrollo del mismo.

- A la Dirección General de Aguas de Talca (D.G.A.), por la facilitación de la Base de Datos básica para la ejecución de este estudio, adicionando el apoyo de ésta a través de la facilitación de material técnico, especialmente en el área de cartografía y climatología.

- A la empresa Forestal Celco S.A., que en conjunto con el docente de la Universidad de Talca Sr. Carlos Mena F., facilitaron información y conocimientos técnicos respectivos a los Sistemas de Información Geográfica, para desarrollar etapas precisas ligadas al tema.

- A los profesores Sr. Medardo Aguirre y Sra. María Gloria Icaza, por su aporte y experiencia estadística en el desarrollo de esta memoria.

FERNANDO

RESUMEN.

Esta memoria aborda el análisis estadístico de aplicabilidad de tres modelos precipitación-escorrentía, a saber:

$$\text{Modelo Budyko : } Q = P * e^{(-ETP/P)}$$

$$\text{Modelo Turc-Pike: } Q = P - [P / (1 + (P / ETP)^2)^{0,5}]$$

$$\text{Modelo Pizarro: } Q = P [1 - e^{(-P/ETP)}]$$

El estudio se llevó a cabo en la cuenca del Río Achibueno ubicada en la precordillera andina de la VII Región, Chile.

Previo a todo cálculo, se recopila información pluviométrica y fluviométrica, y se verifica su consistencia, en términos mensuales y anuales. Luego, se analizan los 3 modelos a través de métodos gráficos y analíticos (Test de Concordancia de Bland y Altman, Coeficiente de Determinación, Error Estándar de Estimación y Análisis de Varianza), con los que se determina qué modelo se ajusta mejor a la cuenca en estudio.

A nivel anual, el Test de Concordancia de Bland y Altman presentó resultados similares. Lo anterior se corrobora con los valores obtenidos del R^2 y EEE. Sin embargo, el ANDEVA presentó diferencias significativas para el modelo Pizarro, a nivel de años secos (valor "p" = 0,0001, para un nivel de significación $\alpha = 0,05$). En términos mensuales, el estudio mostró un comportamiento muy heterogéneo y de mínima relación entre las precipitaciones y aportaciones.

Finalmente, se aconseja la aplicación anual de cualquiera de ellos en dicha cuenca, excepto el modelo Pizarro para el período de años secos. En términos mensuales, estos modelos no son aplicables para la estimación de escorrentías, por la gran variabilidad existente.

SUMMARY.

This memory studies the of three rainfall-runoff models on Achibueno Basen, located in VII Region of Chile. The models were the following:

$$\begin{aligned} \text{Budyko Model:} & \quad Q = P * e^{(-ETP/P)} \\ \text{Turc-Pike Model:} & \quad Q = P - [P / (1 + (P / ETP)^2)^{0.5}] \\ \text{Pizarro Model:} & \quad Q = P [1 - e^{(-P/ETP)}] \end{aligned}$$

Previous to any calculation, were obtained rainfall and runoff stadistics and their consistency is verified. Then, 3 models were analyzed through graphic and analytic methods (Test of Agreement of Bland and Altman, Coefficient of Determination, Standard Error of Estimate and Analysis of Variance), in order to determined which model presented best results.

In annual level, the Test of Agreement of Bland and Altman presented similar results. The above-mentioned is corroborated with the obtained values of the R^2 and SEE. However, the ANOVA presented significant differences for Pizarro model, in dry years (value "p" = 0.0001, for a significance level $\alpha=0.05$). In monthly terms, the study showed a very heterogeneous behavior and minimum relationship between rainfall and runoff.

Finally, it is sugested the use of any model in this basin, except Pizarro model for the dry years period. Since a monthly point of view, these models are not applicable for estimating runoff.

ÍNDICE.

	Página
1.- INTRODUCCIÓN.....	1
2.- OBJETIVOS.....	3
2.1.- Descripción de los Objetivos.....	3
2.1.1.- Objetivo General.....	3
2.1.2.- Objetivos Específicos.....	3
2.2.- Hipótesis de Trabajo.....	3
3.- ANTECEDENTES GENERALES.....	4
4.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	10
4.1.- Relaciones precipitación-escorrentía.....	10
4.1.1.- Relaciones directas precipitación- escorrentía.....	13
4.1.2.- Relaciones complejas precipitación- escorrentía.....	15
4.2.- Planteamiento conceptual de los modelos precipitación-escorrentía estudiados.....	16
4.2.1.- Ecuación del balance hídrico.....	16

4.2.2.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Budyko.....	19
4.2.3.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Turc-Pike.....	20
4.2.4.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Pizarro.....	21
5.- METODOLOGÍA.....	29
5.1.- Marco General.....	29
5.2.- Materiales y Equipos.....	30
5.3.- Fases Metodológicas.....	30
5.3.1.- Revisión bibliográfica.....	31
5.3.2.- Selección de las estaciones fluviométricas y pluviométricas.....	31
5.3.3.- Recolección de la información pluviométrica y fluviométrica.....	32
5.3.4.- Procesamiento de la información.....	33
- Corrección o análisis de consistencia.....	34
- Completación de datos.....	34
- Supuestos de regresión lineal.....	36
5.3.5.- Diferenciación en años secos y húmedos.....	40
5.3.6.- Cálculo de las precipitaciones medias areales	41

5.3.7.- Análisis estadístico de los modelos propuestos.....	42
5.3.7.1.- Calibración de los modelos.....	42
5.3.7.2.- Medidas de bondad de ajuste.....	43
i.- Coeficiente de determinación (R^2).....	43
ii.- Error estándar de la estimación (EEE).....	44
iii.- Test de concordancia de Bland y Altman.....	44
iv.- Análisis de varianza (ANDEVA).....	46
5.3.8.- Análisis, comparación y discusión de los resultados.....	48
5.3.9.- Conclusiones y recomendaciones.....	48
6.- PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	50
6.1.- Área de estudio y series de datos.....	50
6.2.- Completación y corrección de datos.....	51
6.3.- Precipitaciones medias areales a nivel mensual y anual.....	52
6.4.- Aportación específica real y predicha a nivel mensual y anual.....	53
6.5.- Pruebas y tests Estadísticos.....	56
6.5.1.- Coeficiente de determinación (R^2).....	56
6.5.2.- Error estándar de la estimación (EEE).....	56
6.5.3.- Test de concordancia de Bland y Altman.....	58
6.5.4.- Análisis de varianza (ANDEVA).....	61

7.- ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	62
7.1.- La cuenca hidrográfica en estudio, las estaciones fluviométricas y pluviométricas y las series de datos.....	62
7.2.- La corrección y completación de información pluviométrica y fluviométrica.....	62
7.3.- Las precipitaciones areales medias estimadas por el método Polígonos de Thiessen.....	63
7.4.- Análisis de las pruebas estadísticas.....	64
7.4.1.- Análisis del período total (P.T.).....	64
7.4.2.- Análisis del período de años secos (A.S.).....	66
7.4.3.- Análisis del período de años húmedos (A.H.).....	67
7.5.- Características de los modelos.....	68
8.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	73
8.1.- Conclusiones.....	73
8.2.- Recomendaciones.....	74
9.- BIBLIOGRAFÍA.....	77

APÉNDICES.

- I.-** Ubicación geográfica de las estaciones seleccionadas y, precipitaciones normales de las estaciones pluviométricas.
- II.-** Superficies de influencia de las estaciones pluviométricas (Polígonos de Thiessen).

ANEXOS.

- I.-** Mapa con las estaciones meteorológicas existentes en la VII Región.
- II.-** Ecuaciones de regresión lineal simple (precipitaciones y caudales mensuales) y, gráfica de consistencia entre estaciones vecinas (Curvas Doble Acumuladas).
- III.-** Supuestos básicos evaluados en los modelos de regresión lineal simple que fueron utilizados para rellenar estadística fluviométrica y pluviométrica existente.
- IV.-** Test de Goldfeld – Quandt.
- V.-** Patrones hipotéticos que permiten analizar los supuestos de regresión lineal simple.
- VI.-** Procedimiento analítico del Método Iterativo o Método ρ .
- VII.-** Resultados gráficos anuales del test de concordancia de Bland y Altman.
- VIII.-** Resultados gráficos mensuales del análisis exploratorio de datos.
- IX.-** Valor de K (mensual y anual) estimado para los períodos estudiados (A.S., A.H. y P.T.).
- X.-** Resultados del análisis de varianza (ANDEVA).

ÍNDICE DE TABLAS.

	Página
1. Marco conceptual operativo de un ANDEVA.....	48
2. Número de estaciones fluviométricas y pluviométricas seleccionadas y utilizadas en la completación y corrección de datos, estimación de las precipitaciones medias areales y de las aportaciones específicas.....	50
3. Cantidad de años húmedos, secos y totales diferenciados para la cuenca del Río Achibueno.....	51
4. Estaciones fluviométricas y pluviométricas rellenadas por los métodos de regresión lineal simple y promedios históricos.....	51
5. Precipitaciones medias areales mensuales y anuales (mm), estimadas a través del método Polígonos de Thiessen.....	52
6. Aportación específica mensual y anual observada (mm) en la estación fluviométrica La Recova.....	53
7. Aportación específica anual (mm) estimada en la estación fluviométrica La Recova.....	55
8. Valor del coeficiente de determinación y error estándar de la estimación, a nivel mensual y anual.....	57
9. Coeficiente de determinación para las aportaciones específicas.....	58
10. Indicadores matemáticos resultantes del ACBA.....	58
11. Comparación porcentual entre valores observados y estimados (caso P.T.)....	70
12. Valores máximos y mínimos de K, a nivel mensual y anual.....	72
13. Modelos recomendados para ser usados en la cuenca del Río Achibueno.....	75

ÍNDICE DE FIGURAS.

	Página
1. Delimitación geográfica de la cuenca del Río Achibueno.....	8
2. Croquis de ubicación geográfica de las estaciones seleccionadas.....	9
3. Representación de la curva $Y = dA/dP$, en función de $X = A/P$, para el modelo Pizarro.....	24
4. Representación de la curva $Y = MA/MK = -X^2 \cdot e^{-X}$, en función de $X = P/K$, para el modelo Pizarro.....	25
5. Gráfico hipotético de autocorrelación de residuos.....	39
6. Esquema hipotético del método Polígonos de Thiessen.....	42
7. Representación gráfica hipotética del ACBA.....	46
8. Gráfico exploratorio anual del ACBA.....	60
9. Serie temporal de la aportación anual para el período 1960/61 – 1995/96.....	69

1.- INTRODUCCIÓN.

La precipitación que cae sobre la superficie terrestre se dispersa de distintas formas, a saber, evapotranspiración desde el suelo y vegetación, y otra porción que viaja sobre y a través del suelo (Linsley *et al*, 1988). Bajo este contexto, analizar el comportamiento del agua en el sistema, constituye un elemento importante al momento de inferir tendencias de las relaciones precipitación-escorrentía en una cuenca hidrográfica.

A pesar de existir avances en Sudamérica respecto a la determinación de las características y componentes básicos del balance hídrico (precipitación, evaporación y escorrentía), en Chile aún los estudios hidrológicos han sido insuficientes, por diversas razones. Una de ellas, es la baja densidad de puntos de control, seguido de una insuficiente información hidrométrica y climatológica (UNESCO, ROSTLAC, 1982). No obstante, a nivel regional y local se han desarrollado modelos matemáticos del ciclo del agua derivados principalmente de la Ecuación General del Balance Hídrico, siendo necesario contar con registros pluviométricos y fluviométricos a nivel mensual y anual, de cuencas que estén sometidas a un régimen natural.

En este contexto, la utilización de modelos matemáticos que establecen relaciones precipitación-escorrentía conforman un medio adecuado para explicar, a diferentes escalas de tiempo, el ciclo hidrológico, y con ello poder predecir caudales con las ventajas de gestión que ello conlleva. Asimismo, en la actualidad y a nivel mundial, la necesidad del recurso hídrico cada vez toma mayor trascendencia, generándose un problema permanente respecto a la esencialidad del agua como elemento de sobrevivencia (UNESCO, ROSTLAC, 1982).

Por otra parte, los modelos que estiman escorrentías en función de las precipitaciones y evapotranspiraciones, constituyen una herramienta básica para resolver problemas hídricos, ya sea en forma teórica y/o práctica.

Los modelos que relacionan las escorrentías y precipitaciones son variados y van, principalmente, desde los más simples y que requieren menos recursos para su aplicación como son, por ejemplo, el modelo de Aportación Anual, el modelo Coutagne, el modelo Peñuelas, pasando a otros de mayor complejidad como son, por ejemplo, el modelo Budyko, el modelo Turc-Pike y el modelo Pizarro. En este contexto, esta memoria compara y evalúa los tres últimos en una cuenca hidrográfica sometida a régimen natural ubicada en la zona geográfica preandina de la VII Región del país, a nivel mensual y anual, considerando tres períodos, a saber, total de años considerados, años secos y años húmedos y, tratando a la vez de entregar algunas consideraciones técnicas para su aplicación.

2.- OBJETIVOS.

2.1.- Descripción de los objetivos.

2.1.1.- Objetivo General:

- Contribuir al conocimiento y desarrollo del ciclo del agua en una cuenca de origen pluvio-nival de la Precordillera Andina de la VII Región del Maule (Chile), a través de la evaluación, análisis y discusión de tres modelos matemáticos precipitación – escorrentía.

2.1.2.- Objetivos Específicos:

- Determinar la factibilidad de aplicación de los modelos precipitación–escorrentía, propuestos por Budyko, Turc-Pike y Pizarro, en la cuenca hidrográfica Río Achibueno (VII Región), a través de un análisis estadístico.
- Proporcionar elementos prácticos de aplicación para los tres modelos estudiados, si ello es posible, en el marco de las características propias del sector geográfico estudiado.

2.2.- Hipótesis de Trabajo:

Cualquiera de los tres modelos precipitación-escorrentía (Budyko, Turc-Pike y Pizarro) ajusta bien a datos de precipitación y escorrentía de la cuenca hidrográfica del Río Achibueno, dependiendo del período (húmedo, seco, total) de que se disponga.

3.- ANTECEDENTES GENERALES.

El área de evaluación de los modelos corresponde a una cuenca hidrográfica de la precordillera andina de la VII Región Administrativa de Chile. En términos generales, según el Censo de 1992 (INE, 1992; Díaz y Domínguez, 1997, citado por Ramírez, 1998), la Región posee un volumen total de población que alcanza a 836.141 habitantes, con una densidad de 27,6 hab/km².

La VII Región enfrenta una problemática real respecto a la carencia y disponibilidad de información pluviométrica y climática en general, versión fundamentada por el Proyecto “Maule Siglo XXI, Problemas y Desafíos”, en el contexto del Proyecto Chile desarrollado por MIDEPLAN, la Universidad de Talca y la Corporación de Desarrollo del Maule. En este marco, se han generado conflictos a nivel de gobiernos y organismos de cooperación técnica y financiera internacional, provocando problemas en ciertos proyectos relacionados con el uso y conservación de los recursos hídricos regionales (Lucero, 1997).

No obstante, en la VII Región existe una variedad de tipos climáticos que van desde un templado cálido con lluvias invernales y gran nubosidad (gran humedad atmosférica) en la Cordillera de la Costa y Valle Central hasta el tipo frío (efecto de la altura) en la Cordillera de los Andes. En este marco, según el Atlas Geográfico de Chile para la Educación (1985), la VII Región posee una **estación seca** (verano) que dura 8 meses y una concentración del máximo de lluvias en otra **húmeda** (invierno) desde Mayo a Septiembre, siendo los meses de mayor pluviosidad Junio y Julio (Balance Hídrico de Chile, 1987, citado por M.O.P., D.G.A., 1988).

Añadiendo a lo anterior, la Nueva Enciclopedia Temática-Planeta (1992) explicita que las temperaturas de esta Región oscilan como promedio entre los **28°C** en enero hasta **10°C** en julio, mientras que las precipitaciones aumentan desde **500 mm** al Norte hasta **1.270 mm** al Sur. Asimismo, el Balance Hídrico de Chile (1987), citado por el M.O.P., D.G.A. (1988), destaca el clima tipo Mediterráneo que fluctúa entre los 31° 30' hacia el Sur

(Aconcagua al Bío-Bío). Por otra parte, el Atlas Geográfico del Universo y de Chile Regionalizado (1993) explicita que la temperatura media por ejemplo en Talca, es de 14,7°C y la precipitación media es de 735 mm.

Según el Atlas Geográfico de Chile para la Educación (1985), Chile por su ubicación y elongación meridional, está asociado a sistemas frontales o ciclónicos como a precipitaciones derivadas del efecto orográfico. En este nivel, en el Norte del país, éstas son de origen más convectivo, asociado al régimen de circulación de baja térmica; en la zona Central y hacia el Sur las precipitaciones se van incrementando como producto de una mayor actividad frontal.

Según las estadísticas del período 1951-1980 del Balance Hídrico de Chile (1987), la VII Región tiene una precipitación anual de 1.377 mm, de los cuales escurren y se evaporan, aproximadamente, 784 mm (56,9%) y 587 mm (42,6%). Respecto a la Cuenca del Maule (20.900 km²), esta posee una precipitación media de 1.471 mm/año de los cuales escurren 860 mm (58,5%).

En el caso de la cuenca del Río Achibueno, puede decirse que se ubica en la zona andina de la VII Región del Maule y es un afluente por el Sur del Río Ancoa, tributario del Río Maule (Ver Figura 1 y Figura 2) (Malbrán y Marangunic, 1989).

El nacimiento del Río Achibueno surge de la Laguna Achibueno a aproximadamente 1.810 m.s.n.m. y 70 km aguas arriba del cruce con la carretera longitudinal sur; aproximadamente 90 km, río abajo, desemboca en el Río Loncomilla. En su primer tramo, antes de juntar con el Río Ancoa, su régimen natural no presenta interferencias por extracciones o aportes generados por canales de riego; sin embargo, aguas abajo de la confluencia de ambos ríos, el Río Achibueno recibe aportes del Canal Roblería, que capta sus aguas del Río Ancoa y da origen a una vasta red de riego. Esta situación hace que las estadísticas de la estación aguas abajo de este punto estén altamente influenciadas (Cepeda, 1982).

Es importante destacar que la estación foronómica La Recova sobre el Río Achibueno, comenzó a funcionar desde 1987, existiendo previo a ésta la estación Los Peñascos, ubicada aguas arriba del Río Ancoa en la latitud $35^{\circ} 58' S$, longitud $71^{\circ} 31' O$ y a 590 m.s.n.m.; ésta posee registros desde 1947 hasta 1986 con un período de suspensión entre 1953 y 1955. Sólo a partir de 1959, la D.G.A. considera que la información es confiable (Malbrán y Marangunic, 1989). Adicionalmente, estudios anteriores arrojan cifras de la estación fluviométrica Los Peñascos, a saber, superficie de 946 km^2 , caudal medio anual de $45,6 \text{ m}^3/\text{s}$, mientras que en superficie natural la precipitación es de $62,1 \text{ m}^3/\text{s}$ (2.072 mm/año), la escorrentía es de 1.521 mm/año y la evapotranspiración real es de $16,2 \text{ m}^3/\text{s}$ (541 mm/año), con una discrepancia de $+0,3$ y de $+10,0$ para los m^3/s y mm/año , respectivamente (M.O.P., D.G.A., 1987, citado por Malbrán y Marangunic, 1989).

Cepeda (1982), señala ciertas características importantes del Río Achibueno. Por ejemplo, en el punto denominado Los Peñascos, presenta un régimen mixto con una gran aportación específica asociada a la precipitación, que alcanza un máximo en el mes de Julio de $80,3 \text{ l/s/km}^2$ para descender hasta el mes de Octubre. La componente nival se hace presente en el mes de Noviembre con una aportación específica de $63,7 \text{ l/s/km}^2$, que es levemente superior a la de Octubre. A partir de Noviembre, la aportación específica desciende bruscamente hasta un mínimo de $9,70 \text{ l/s/km}^2$ en el mes de Marzo. A nivel anual, alcanza una aportación específica de $46,8 \text{ l/s/km}^2$ como valor medio, llegando a un máximo de $75,77 \text{ l/s/km}^2$ (1982) y a un mínimo de $14,4 \text{ l/s/km}^2$ (1968).

En el mismo estudio, el punto denominado La Junta con el Río Ancoa, presentó resultados similares a los mencionados en el párrafo anterior, es decir, un régimen mixto en que predomina la componente pluvial con un rendimiento específico máximo del orden de 85 l/s/km^2 en el mes de Julio, para descender hasta el mes de Octubre. En Noviembre, hay un leve aumento de la aportación específica asociada a la componente nival, para descender luego a un mínimo de $10,2 \text{ l/s/km}^2$ en el mes de Marzo. Asimismo, a nivel anual la aportación específica media es de $46,15 \text{ l/s/km}^2$ con valores máximos y mínimos de $74,96$ y $13,27 \text{ l/s/km}^2$.

Finalmente, Guzmán (1994) concluye que los volúmenes de capacidad de almacenamiento de la cuenca del Río Achibueno en el período que él estudia (1986-1992), llegan a los valores $3.375.000 \text{ m}^3$ y $65.368.836 \text{ m}^3$ como dotación mínima y máxima de la curva.

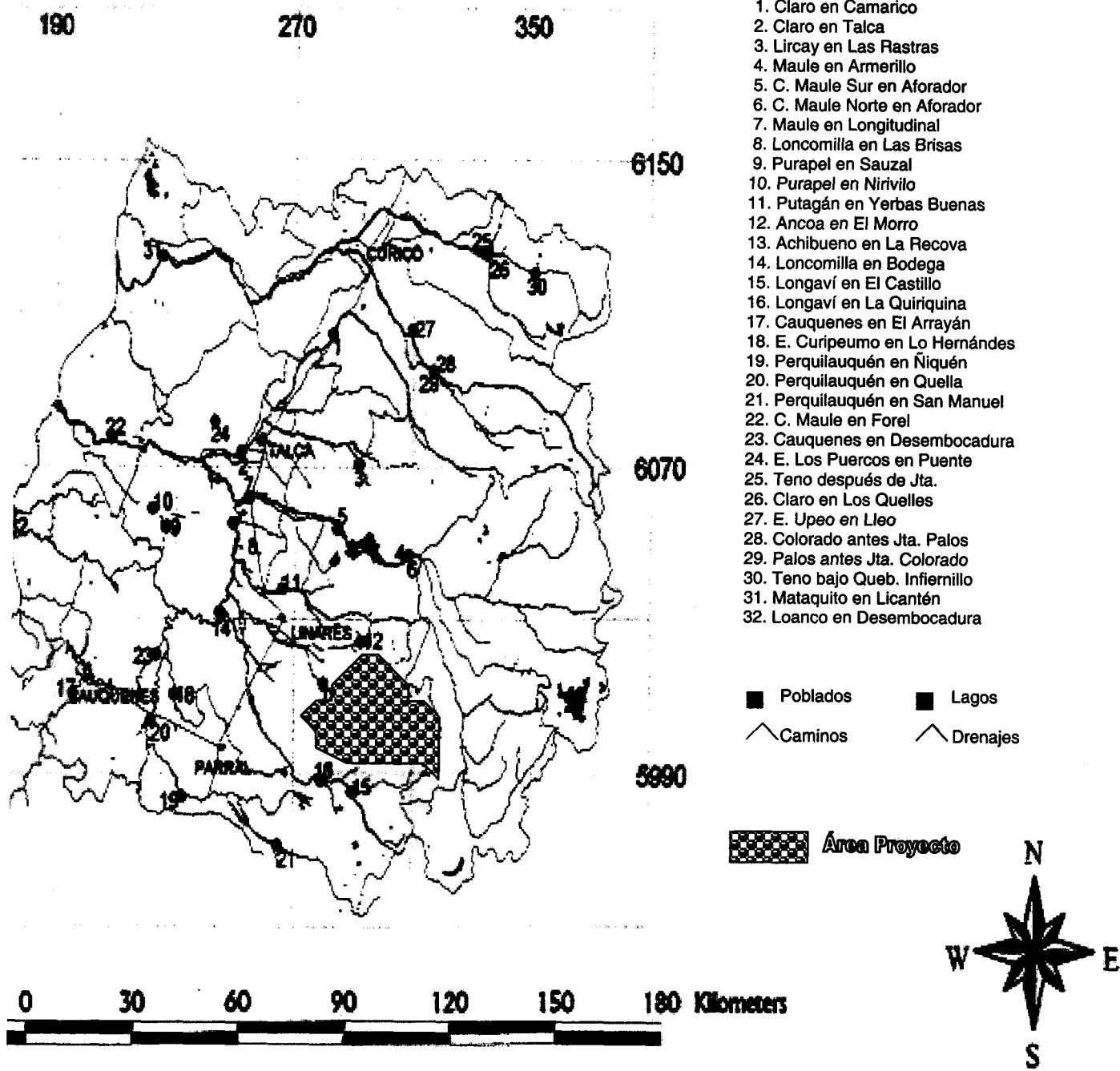


Fig. 1: Delimitación geográfica de la cuenca del Río Achibueno y, estaciones fluviométricas existentes.

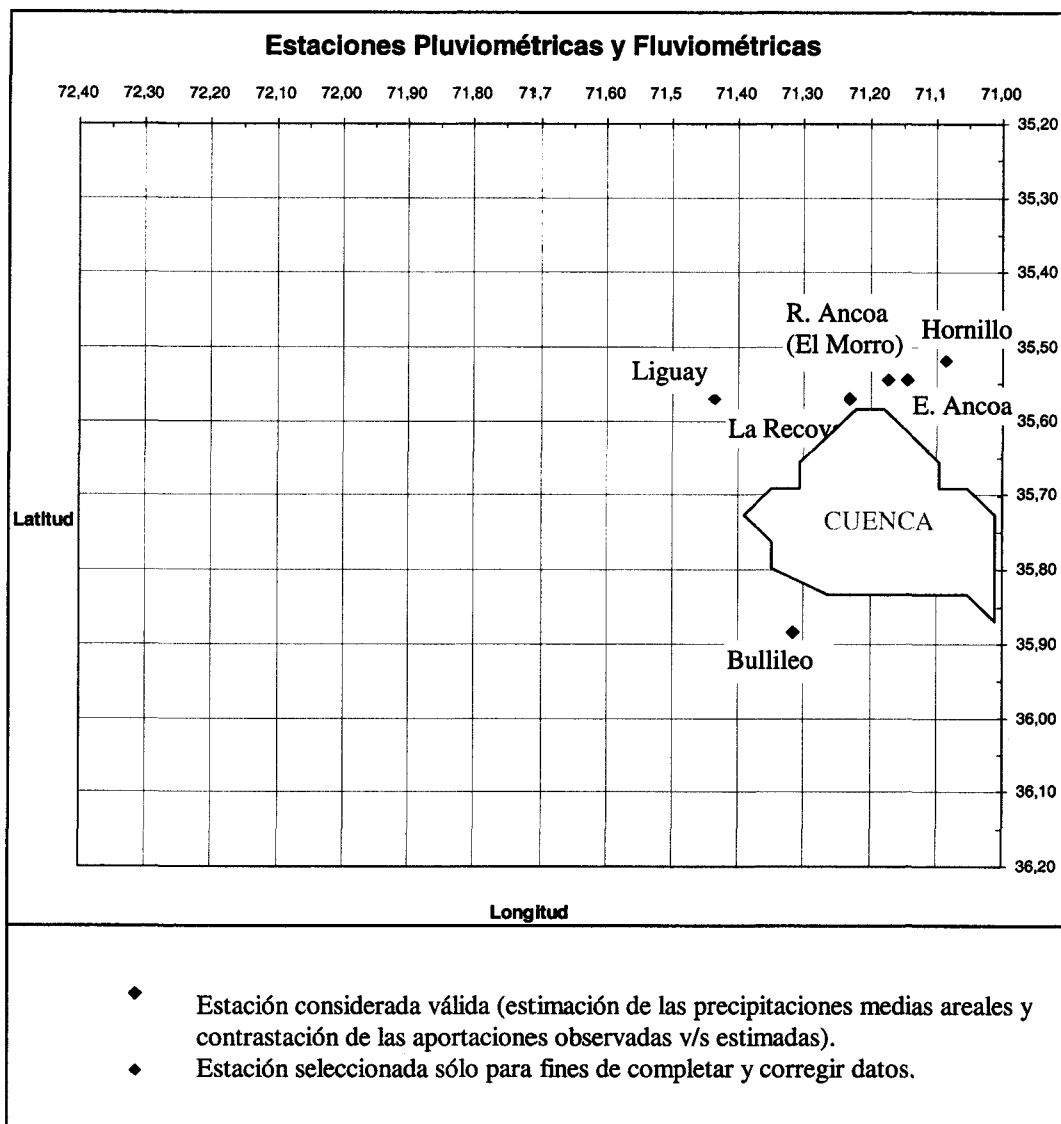


Fig. 2: Croquis de ubicación de las estaciones seleccionadas.

4.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.

4.1.- Relaciones precipitación-escorrentía.

Las relaciones precipitación-escorrentía, conforman la base para establecer eficazmente predicciones a través de proyectos hidráulicos, así como también registrar volúmenes de agua en cuencas hidrográficas y estimar caudales que no cuenten con puntos de control. En este marco, Linsley *et al* (1988) expresan que los métodos gráficos para establecer relaciones precipitación-escorrentía a nivel anual, otorgan una buena correlación, especialmente en áreas donde la mayoría de las precipitaciones caen durante el invierno.

Respecto a la información necesaria para establecer este tipo de relaciones, Ponce (1989) estipula que los datos de precipitación pueden estimarse en forma relativamente simple; sin embargo, medir escorrentías requiere de procedimientos más sofisticados.

Estrela (1993), señala que los modelos más utilizados en la evaluación de recursos hídricos son:

- (i) Los del tipo *agregado*, que consideran a la cuenca de forma global; es decir, simulan el ciclo hidrológico en su fase terrestre, completo y continuamente en el tiempo (desde que llueve hasta que el agua fluye por el río).
- (ii) Los *cuasidistribuidos*, que se utilizan en pocas ocasiones y son casos intermedios que no resuelven las ecuaciones diferenciales de los procesos, sino que integran un modelo agregado “n” veces, tantas como se divida la zona en estudio en subcuencas.
- (iii) Los *distribuidos*, que están todavía a nivel de proyectos de investigación, porque son mucho más complejos que los anteriores y precisan de más datos.

Adicionalmente, Llamas (1993) señala que en los últimos años ha crecido el énfasis por desarrollar modelos de *base distribuida*, lo que equivale a decir que un modelo que

trata la cuenca como un sistema espacial de variables físicas, es intrínsecamente mejor y, tiene ventajas teóricas importantes que lo hacen más útil en un rango mayor de aplicaciones. En este marco, plantea que ajustar una función analítica a una muestra de observaciones de un fenómeno, es un proceso que pretende hallar una función cuya similitud con los datos sea lo mejor posible, no olvidando que el término mejor, está orientado al objetivo deseado, la precisión requerida, la particularidad de las características del evento en estudio, etc. Asimismo, agrega que existen tres categorías de métodos para estimar, especialmente, las evapotranspiraciones: (i) *directos*, basados en medidas tomadas in situ; (ii) *analíticos o teóricos*, basados en el balance hídrico o en el balance energético y; (iii) *empíricos*, basados en el análisis estadístico de las observaciones.

Así, Llamas (1993) expresa que entre los métodos *directos*, el más usado es el que recurre al lisímetro (receptáculo cilíndrico de diámetro aproximado de 1 m y una altura de unos 2 m); entre los métodos *teóricos*, están los métodos de Bowen y Penman, siendo el segundo de ellos utilizado para estimar la evapotranspiración potencial; finalmente, entre los métodos *empíricos*, cita el método de Hamon, el método de Thornthwaite, el método de Blaney y Criddle y el método de Turc, entre otros.

Según Chow *et al* (1994), las relaciones precipitación-escorrentía son posibles de establecer en lugares donde se cuente con los datos necesarios, teniendo en cuenta que el objetivo es conseguir un adecuado nivel de predicción sobre la cantidad de agua que se espera que aparezca en los cauces, o que contribuya a un mejor conocimiento de los procesos hidrológicos. Es por esto que, Cirugeda (1985), citado por Guzmán (1994), plantea que existen dos formas de llegada de los caudales a una estación de control, aguas *superficiales* y *subterráneas*: las *primeras*, corresponden a las aguas que alimentan al río y cuya llegada se efectúa directamente por el terreno, sin infiltrarse. Además, se incluyen las aguas infiltradas a poca profundidad, llegando a un río en un tiempo relativamente corto, aflorando a la superficie al encontrarse con taludes pronunciadas en el terreno. Las *segundas*, corresponden a las aguas de circulación lenta y de profunda infiltración, que alimentan al río a largo plazo.

Entonces, lo primero a establecer es que existe una relación entre la precipitación caída y las escorrentías generadas; consecuentemente e independiente de los períodos analizados, las escorrentías directas e indirectas dependen de la cantidad de agua que cae. Por lo tanto, siempre será válido intentar establecer relaciones que describan el comportamiento de la relación precipitación-escorrentía (Pizarro, 1996). Asociado a lo explicitado antes, Wilson (1990), citado por Pizarro (1996), plantea que está claramente establecido que existe una relación general causa-efecto entre la precipitación y la escorrentía resultante, definiendo además que, dicha relación no es directa; lo anterior se explica por el hecho que, habitualmente, no se contemplan variables como almacenamiento de agua en el suelo, la intercepción y la evaporación. Luego, Pizarro (1996) destaca que cuando los factores de importancia están bien determinados, la mayoría de los errores se remiten a la forma y las condiciones en que se obtiene la información básica, destacando un método usualmente utilizado que consiste en el establecimiento de correlaciones entre los registros históricos de escorrentía y ciertas variables específicas.

Por otro lado, Pizarro (1996) estipula que utilizar métodos de regresión y correlación para estimar funciones matemáticas que permitan determinar escorrentías, constituye una herramienta de amplio uso en el área hidrológica. Tal validez de los métodos de regresión y correlación, se plantea en términos de construir un modelo que estime directamente escorrentía por medio de variables independientes, o bien en términos de construir un modelo más complejo, facilitando las demandas paramétricas internas de él.

Llamas (1993), citado por Pizarro (1996), plantea que un modelo es “la representación simplificada de un sistema complejo, bajo una forma física o matemática, en el cual las respuestas producidas por una serie de solicitaciones externas son difícilmente previsibles a causa del gran número de factores que entran en juego”. Tras lo explicitado anteriormente, Ward y Robinson (1989), citado por Pizarro (1996), señalan que el desarrollo de un modelo exitoso para estimar escorrentía, aun para una cuenca pequeña y simple, es una gran tarea debido a las complejas interacciones que se originan en el ciclo hidrológico.

Pizarro y Torres (1998), afirman que a pesar de haber amplias referencias en la literatura técnica respecto al proceso hidrológico, los resultados obtenidos han sido distintos y variados, debido a la existencia de diversos tipos de modelos matemáticos que simulan situaciones hidrológicas, que van desde **relaciones directas** precipitación-escorrentía (modelos deterministas, físicos o estocásticos), hasta **relaciones complejas**.

4.1.1.- Relaciones directas precipitación-escorrentía.

Singh (1988), señala que los sistemas precipitación-escorrentía no son lineales y que su representación lineal es sólo un supuesto, debido principalmente a factores estacionales; además, expresa que para establecer este tipo de relaciones es necesario conocer la distribución en el tiempo y en el espacio de la precipitación, las características fisiográficas de las cuencas, algunas leyes físicas, antecedentes de humedad del suelo y condiciones iniciales del sistema. Sin embargo, se puede intentar definir una determinación directa de la escorrentía a partir de las precipitaciones.

No obstante, las relaciones simples entre dichas variables sólo deben ser usadas en estudios de planificación de recursos hídricos que necesitan, preliminarmente, un nivel de aproximación al objetivo, ya que investigadores como Bates *et al* (1991), sostienen que los métodos de regresión poseen limitaciones prácticas y que se debe ser muy cuidadoso en su aplicación, particularmente en modelos no lineales.

Según Black (1991), los modelos en hidrología pueden ser **determinísticos, físicos y estocásticos o probabilísticos**, los cuales cumplen un rol útil a la gestión de recursos hídricos. Linsley *et al* (1988), plantean que los modelos deterministas suponen que la variabilidad en el tiempo está totalmente explicada por otras variables; en cambio, los modelos probabilísticos no buscan interés en la secuencia en el tiempo, sino en la probabilidad de que un fenómeno sea igualado o excedido. Además, expresan que en los modelos estocásticos la secuencia en el tiempo es la parte primordial, constituyendo la brecha entre determinísticos y probabilísticos.

Asociado a lo anterior, la utilización de métodos estadísticos ha derivado también en los modelos probabilísticos mencionados, especialmente en hidrología estocástica, Así, por ejemplo, lo demuestran trabajos de Puente (1988), Hromadka (1990), Novotny *et al* (1990), Kuchment (1991), Kaseke (1995), citados por Pizarro (1996).

Adicionalmente, Black (1991) plantea que los modelos precipitación-escorrentía basados en análisis de regresión son del tipo determinístico. En este contexto, Higgins (1981), citado por Pizarro (1996), establece un modelo de regresión lineal simple para áreas tropicales, señalando que reconoce el error que se incorpora, atribuible a los registros estadísticos, los instrumentos, al observador y al procesamiento de los datos. Por otra parte, Llamas (1993) expresa que los modelos estadísticos en hidrología son de tipo **inductivo**, ya que analizan las relaciones entre las respuestas y las solicitaciones, no ejerciendo un interés primario en los procesos físicos del sistema. Además, diferencia este tipo de modelo con el de tipo **deductivo**, explicitando que en este último se analiza y juzga el sistema físico, buscando conocer cómo se comportan sus elementos constituyentes y sus relaciones intrínsecas, mientras que los de tipo inductivo se apoyan únicamente de la información obtenida experimentalmente de las solicitaciones y respuestas que afectan al sistema.

Adicionalmente, Black (1991) plantea la posibilidad de utilizar modelos lineales simples como el tipo $A = b(P - (c/b))$, incorporando la hipótesis que estos métodos de regresión permiten adicionar variables al modelo, intentando conseguir de mejor forma la explicación de las variaciones que sufren los datos observados.

En este marco, Chow *et al* (1994) agregan que un modelo determinista no contempla aleatoriedad; o sea, una entrada dada produce siempre una salida. Asimismo, plantean que un modelo estocástico tiene salidas que son, al menos, parcialmente aleatorias.

Hawley y Mac Cuen (1982), citados por Pizarro (1996), relacionaron la escorrentía anual con una serie de características fisiográficas de 605 cuencas en el Oeste de Estados Unidos, divididas en cinco Regiones; así, obtuvieron cinco ecuaciones de regresión, una para cada Región, las cuales explicaron entre 57% y 95% la variación total de las

escorrentías. Sin embargo, para Bedient y Huber (1992), citados por Pizarro (1996), la aplicación poderosa de los métodos de regresión en hidrología consiste en poder relacionar valores observados de una variable dependiente con una o más variables independientes, situación dada por la precipitación y la escorrentía. Al mismo tiempo, exponen que si se logra obviar los efectos estacionales, se puede relacionar linealmente las precipitaciones (extrayendo las pérdidas) y las escorrentías.

4.1.2.- Relaciones complejas precipitación-escorrentía.

Singh (1982), agrega otra clasificación de los modelos en hidrología: los **modelos empíricos**, es decir, aquellos basados en establecer relaciones a partir de datos reales, señalando que éstos no ayudan de gran forma a la comprensión física del sistema. Del mismo modo, para UNESCO, ROSTLAC (1982), este tipo de modelos adicionan al error de la fórmula misma y de los parámetros meteorológicos que se usan, un error inherente a las características de la cuenca.

A modo de ejemplo, Bullock y Gustard (1990), citados por Pizarro (1996), estimaron en África la escorrentía media anual en mm, para un conjunto de 171 cuencas ubicadas en cuatro países diversos, a saber, Bostwana, Lesotho, Malasia y Zimbabwe, utilizando una ecuación no lineal, del tipo $Q = a + bP + cP^2$, siendo P la precipitación media anual en mm, Q la escorrentía media anual en mm y a, b, c parámetros. Según estos autores, esta función permite estimar la escorrentía media anual en cuencas donde no hay registros estadísticos, a partir del conocimiento que se tenga de la precipitación media anual, destacando para el modelo un valor de 0,769 para el coeficiente de determinación y de 71,6 mm para el error estándar de la estimación.

No obstante, Pizarro y Torres (1998) plantean que las relaciones complejas precipitación-escorrentía, modelan detalladamente el ciclo del agua, pero requieren un soporte informático mayor. Así por ejemplo, se puede citar a los modelos de simulación,

que son herramientas de alto poder predictivo y analítico, pero que son altamente demandantes de información depurada.

4.2.- Planteamiento conceptual de los modelos precipitación-escorrentía estudiados.

Los tres modelos estudiados en esta memoria representan las relaciones precipitación-escorrentía en un contexto físico, ya que su formulación matemática evita que en algún momento la precipitación se vea superada por la escorrentía. Estos modelos presentan las siguientes expresiones matemáticas:

$$\text{Modelo Budyko : } Q = P * e^{(-ETP/P)}$$

$$\text{Modelo Turc-Pike: } Q = P - [P / (1 + (P / ETP)^2)^{0.5}]$$

$$\text{Modelo Pizarro: } Q = P [1 - e^{(-P/ETP)}]$$

Donde;

Q=Volumen de agua escurrido;

P=Precipitación media areal;

ETP=Evapotranspiración potencial (Pizarro, 1996).

4.2.1.- Ecuación del balance hídrico.

La ecuación del balance hídrico se basa en los principios de la ecuación de continuidad, representando la igualdad entre el cambio de volumen de agua almacenado y, la diferencia entre sus entradas y salidas (UNESCO, 1974; citado por Estrela, 1992). Adicionalmente, Estrela (1992) plantea que el uso de esta ecuación implica medidas de flujo y almacenamiento de agua, aunque mediante una apropiada selección del espacio y del período de tiempo para el cual se realiza el balance, algunas medidas pueden ser eliminadas.

La literatura técnica respectiva explicita variadas fórmulas **generales del balance hídrico** para cualquier cuerpo de agua e intervalo de tiempo, como la detallada por

UNESCO, ROSTLAC (1982) y expresada bajo la forma siguiente, cuyas unidades pueden ser expresadas en altura media de agua sobre la cuenca (mm), como volumen de agua (m³), o en forma de flujo (m³/s):

$$P + Q_{sl} + Q_{ul} - E - ET - Q_{so} - Q_{uo} - \Delta S - \eta = 0$$

Donde;

P=Precipitación;

Q_{sl}=Entrada de agua superficial a la cuenca;

Q_{ul}=Entrada de agua subterránea a la cuenca;

E=Evaporación;

ET=Evapotranspiración;

Q_{so}=Salida de agua superficial;

Q_{uo}=Salida de agua subterránea;

ΔS=Variación del almacenamiento de agua en la cuenca y;

η=Término residual de discrepancia, error de medición o estimación.

En este marco, una expresión más simple de la ecuación general del balance hídrico, es la planteada por Pizarro (1996), es decir:

$$P + Ri = A + E + Rf \pm \Delta R$$

Donde;

P=Cantidad de precipitación caída;

A=Escorrentías generadas;

E=Total de pérdidas (evapotranspiraciones acaecidas);

Ri=Reservas de agua al inicio del período y;

Rf ± ΔR, a las reservas al final del período.

La ecuación anterior puede simplificarse o hacerse más compleja aún (Estrela, 1992). En este contexto, Pizarro y Torres (1998) plantean que al considerar un período suficientemente largo o estable en cuanto a volumen generado, el término ΔR sería porcentualmente despreciable, quedando la **ecuación reducida del balance hídrico**, es decir:

$$Q = P - E$$

Donde, la escorrentía es igual a la precipitación caída menos el total de pérdidas.

En este marco, Estrela (1992) estipula que si se establecen unidades territoriales que soporten balances hídricos prácticamente independientes, las importaciones y exportaciones a otros territorios serían casi nulas y si esas unidades tienen, además, una extensión importante, las salidas subterráneas al mar serían porcentualmente consideradas despreciables. Adicionalmente, este autor agrega que el balance hídrico puede realizarse para cualquier intervalo de tiempo, pero debe hacerse una distinción entre balances medios (interanuales) y balances para períodos específicos, tales como un año, mes o días, llamándose a estos últimos, balances operacionales de agua.

Del análisis de cada uno de los componentes de la ecuación del balance hídrico, el escurrimiento es el parámetro que proporcionalmente resulta más preciso, pues se considera que su medición está sujeta a menores errores; sin embargo, el grado de precisión disminuye en el caso de la precipitación, ya que la principal fuente de error en su medición la constituye una red de observación inadecuada, además de los errores propios del funcionamiento de los instrumentos (UNESCO, ROSTLAC, 1982). Agregando a lo anterior, Estrela (1992) señala que las medidas de los componentes de la ecuación de balance hídrico siempre llevan asociadas este error; además, este autor expresa que dicha ecuación no se satisface cuando sus componentes son estimados de forma independiente. Este error está compuesto por los errores en la determinación de los componentes considerados y los valores de otros componentes no tomados en cuenta para la forma particular de la ecuación. Por otra parte, un valor bajo puede indicar que los componentes tienden a satisfacer la ecuación de balance, compensándose los errores asociados a cada uno de ellos.

Además, el mismo autor expresa que si es imposible obtener el valor de un elemento de la ecuación por medida o cálculo, puede evaluarse como un término residual en la ecuación de balance, conteniendo así un error desconocido.

Ahora bien, es interesante destacar ciertos estudios como el desarrollado por Piñol *et al* (1991), citados por Pizarro (1996), quienes utilizaron la *ecuación reducida del balance*

hídrico para analizar las relaciones precipitación-escorrentía en dos cuencas pequeñas localizadas en el área mediterránea de España, calculando la evapotranspiración anual como la diferencia entre la precipitación anual y la escorrentía. Establecido el valor de esta variable, los resultados arrojan lo siguiente: a) La mayor parte de la precipitación se evapora y no escurre, aún en los años más húmedos; b) Existe una alta variabilidad interanual tanto a nivel de la escorrentía como de la evapotranspiración y; c) Existe una correlación significativa entre la evapotranspiración anual y la precipitación anual.

4.2.2.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Budyko.

Singh (1988) y Estrela *et al* (1995), señalan que la clave para conseguir una adecuada estimación de los volúmenes de agua escurridos, es lograr una cuidadosa determinación del valor de la evapotranspiración anual, por lo cual es central la consecución de relaciones precipitación-evapotranspiración. Así, sugieren la siguiente expresión propuesta por Schreiber (1904):

$$E = P [1 - e^{(-ETP/P)}]$$

Donde;

P=Precipitación media areal;

E=Evapotranspiración real;

ETP=Evapotranspiración potencial y;

E=Base de los logaritmos neperianos.

El modelo $Q = P * e^{(-ETP / P)}$, es una expresión propuesta por Budyko (1948), citado por Singh (1988) y Estrela *et al* (1995), basada en la ecuación anterior de Schreiber (1904), la cual parte conceptualmente de la **ecuación reducida del balance hídrico**, ya que el total de pérdidas *E* de esta ecuación, es reemplazada por la expresión de Schreiber (1904) llegando a derivar la fórmula de Budyko (1948). Así, resulta una expresión que representa la precipitación como la suma de las escorrentías más las pérdidas definidas por la evapotranspiración potencial. Dicho modelo, ha tenido muy buenos resultados en España a

nivel interanual y dada la importancia que le ha otorgado la bibliografía, es importante analizar su comportamiento frente a datos reales (Pizarro y Torres, 1998).

En este marco, autores como Estrela (1993) señalan que no existe una relación lineal entre las precipitaciones y las escorrentías, agregando además que no es correcto trabajar con valores medios de precipitación, cuando su rango de variabilidad espacial sea muy alto, situación que se da habitualmente en zonas áridas y semiáridas. Además adiciona que, el modelo Budyko es una expresión más realista y válida para una mayor variedad de climas, ya que permite que la diferencia entre la precipitación y la escorrentía sea asintótica, cuando la primera tiende al infinito.

Según Estrela (1992), la utilización de una ley de este tipo para contrastar los valores anuales en una cuenca, presenta más dificultades debido a los efectos que sobre la aportación pueden tener los diferentes estados de almacenamiento (suelo, nieve, acuíferos, etc.), así como la posible existencia de años con distribuciones de precipitaciones atípicas. En cualquier caso, si las formas de almacenamiento presentan una inercia inferior al ciclo anual, este tipo de métodos puede también utilizarse, con ciertas reservas, para el contraste de datos en una misma cuenca a escala anual.

Cabe destacar que otros modelos precipitación-escorrentía, en general, no son citados en la literatura, salvo algunos ligados a experiencias muy particulares en diversas partes del mundo, los cuales poseen un evidente contenido empírico.

4.2.3.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Turc-Pike.

Según Singh (1988) y Estrela *et al* (1995), otra expresión que relaciona la evapotranspiración y la escorrentía es la de Turc planteada en 1955, es decir:

$$E = P / (0,9 + (P / L)^2)^{0,5}$$

Donde;

E=Evapotranspiración anual real;

P=Precipitación media anual;

$L = 300 + 25T + 0,05T^3$, siendo L el parámetro heliométrico y T la temperatura media anual, en grados Celsius (Pizarro, 1996).

Según UNESCO, ROSTLAC (1982), la fórmula anterior ha entregado resultados porcentuales con altos errores de estimación, especialmente en cuencas de montaña con alta pluviosidad (hielo, nieve, lluvia, etc.). A modo de ejemplo, sobrestima los resultados en un 30% aproximadamente, especialmente en aquellos lugares donde la precipitación supera los 2.500 mm y la altura es superior a los 1000 m.s.n.m.; no obstante, presenta la ventaja de estar constituida por parámetros de fácil obtención, por lo que es una fórmula ya aplicada en Sudamérica. Sin embargo, Pike en el año 1964 a partir de esta expresión, y también basándose conceptualmente en la **ecuación reducida del balance hídrico** de la misma forma que Budyko, plantea la siguiente ecuación para estimar la escorrentía, donde todos los términos son conocidos:

$$Q = P - [P / (1 + (P / ETP)^2)^{0,5}]$$

Donde;

$L = ETP$, siendo ETP el valor de la evapotranspiración potencial cambiado por Pike por el parámetro L de la ecuación original de Turc; asimismo, Pike no usa el valor 0,9 inicial, sino el valor 1, para evitar que Q alcance valores negativos.

Pizarro y Torres (1998) expresan que esta fórmula ha presentado buenos resultados en España, no distinguiéndose grandes diferencias con el modelo Budyko, en términos porcentuales. Al igual que este último, el modelo de Turc-Pike será analizado con datos reales.

4.2.4.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Pizarro.

Pizarro (1996), propone un modelo que conceptualmente tiene origen en la **ecuación general del balance hídrico**, donde la variación de la escorrentía respecto a la

precipitación caída no es sólo función de ésta, sino que la escorrentía está conformada, además, por aguas almacenadas en la cuenca.

En este contexto, Pizarro y Torres (1996) plantean que un incremento de la precipitación de valor ΔP producirá un incremento de la escorrentía de valor ΔA , obedeciendo a dos causas:

- (i) un aporte **directo**: tasa de pérdida de las precipitaciones caídas, es decir, la precipitación caída que realmente escurre y;
- (ii) un aporte **indirecto**: siempre la escorrentía tendrá una componente derivada de los aportes de aguas almacenadas previamente en la cuenca, aunque sea a nivel de diferenciales.

Siendo P la precipitación caída en la cuenca, y A la escorrentía generada, referida ambas a un intervalo temporal determinado, con $A=A(P)$ función diferenciable con continuidad, el balance hídrico anterior expresado en términos de incrementos, se explicita como sigue (Pizarro y Torres, 1998):

$$\Delta A = \Delta P - \frac{P - A}{P} \cdot \Delta P + \frac{P - A}{P} \cdot \Delta P \cdot f(A, P) \quad (1)$$

Donde, los dos primeros términos del segundo miembro representan el **aporte directo** (incremento de la precipitación menos aquella parte del mismo que no ha escurrido), mientras que el tercero representa el **aporte indirecto** (donde un factor variable $f(A, P)$ es aplicado sobre la precipitación no escurrida). Nótese que $(P-A)/P$ es la tasa de pérdida de la cuenca.

Dividiendo (1) por ΔP y pasando al límite cuando $\Delta P \rightarrow 0$, queda la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} + \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot f(A, P) \quad (2)$$

Donde, la función $f(A,P)$ cumple con ciertas condiciones generales:

- (i) **regularidad y positividad**: partiendo de la hipótesis original planteada para $A=A(P)$, entonces $f(A,P)$ es una función diferenciable con continuidad;
- (ii) **homogeneidad**: si la precipitación caída y la escorrentía generada varían en la misma proporción, el tercer término del segundo miembro de (1) no varía sustancialmente, lo que en términos matemáticos se representa por $f(\lambda A, \lambda P) = f(A, P)$. Por tanto, f ha de ser una función homogénea de grado 0, equivalente a decir que existe una función $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(A,P) = g(A/P)$. Así, la ecuación diferencial (2) queda:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} + \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) \quad (3)$$

- (iii) **contorno**: sobre g debe verificarse que:

$$\lim_{\frac{A}{P} \rightarrow 0} \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) = 0 \Rightarrow g(0) = 0 \quad y$$

$$\lim_{\frac{A}{P} \rightarrow 1} \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) = 0$$

- (iv) **monotonía**: cabe esperar un aumento de la escorrentía al aumentar la tasa de pérdida $(P-A)/P$ en el aporte indirecto, es decir, g ha de ser una función monótona creciente de esta tasa de pérdida. Asimismo, un aumento de la precipitación implica aumento de la escorrentía, es decir, $A=A(P)$ también ha de ser una función monótona creciente, lo que se traduce en que la ecuación diferencial (3) es mayor e igual a cero, o sea:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} + \left(1 - \frac{P}{A}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) \geq 0$$

Haciendo $Z=A/P$, se obtiene la solución general de la ecuación (3), ya que es homogénea y de primer orden, es decir:

$$\text{Ln } P = \int \frac{1/(1-z)}{g(z)} dz + \text{Ln } k$$

Donde; k es un parámetro positivo.

Para resolver la integral anterior, es necesario elegir una función g que verifique las condiciones explicitadas. Así, haciendo $g(z) = -\text{Ln}(1-z)$ definida en $0 \leq z \leq 1$ que verifica todas las condiciones establecidas y sustituyendo en la ecuación (3), queda:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} - \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot \text{Ln}\left(1 - \frac{A}{P}\right) \quad (5)$$

Antes de calcular la integral que da solución a la ecuación (5), es conveniente analizar el segundo miembro de ella. Haciendo $x = A/P$ y representando en la Figura 3 la curva $y = x - (1-x) \cdot \text{Ln}(1-x)$, se observa un intervalo crítico (**a,1**) del eje $x = A/P$, con $a=0,632121$, en el cual la escorrentía aumenta más que proporcionalmente al aumentar la precipitación, alcanzando el límite máximo en la coordenada (**b,c**), con $b=0,864665$ y $c=1+e^{-2} = 1,135335$ (Pizarro y Torres, 1998).

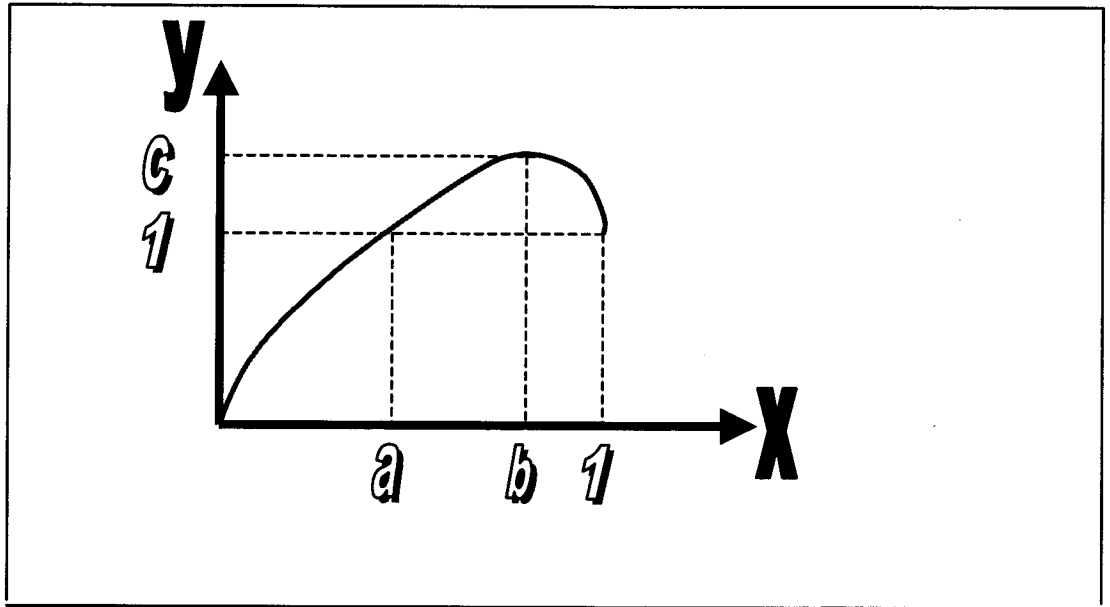


Fig. 3: Representación de la curva $Y = dA/dP$, en función de $X = A/P$, para el modelo Pizarro.

Entonces, existe una contribución a la formación de la curva anterior por la influencia del aporte indirecto. Asimismo, establecido lo anterior, despejando $A=A(P)$ y deshaciendo valor absoluto para resolver la integral planteada, se obtiene la expresión explícita del modelo Pizarro, utilizando exponentes neperianos, es decir:

$$Q = P [1 - e^{(-P/ETP)}]$$

En la expresión anterior, el parámetro $ETP=K > 0$ se estima sobre la base de datos de campo, por lo que es conveniente evaluar la sensibilidad de la escorrentía dada por la misma ante variaciones de K . Para ello se calcula la derivada parcial $\partial A/\partial K = -(P/K)^2 \cdot e^{-PK}$, observándose en la Figura 4 que la función $y = f(x) = -x^2 \cdot e^{-x}$ está acotada, presentando una tendencia asintótica al eje ox , y su derivada en el origen es nula.

En este contexto, pequeñas variaciones en el valor de K estimado para la cuenca, no producirán variaciones sustanciales en la escorrentía que el modelo predice (Pizarro y Torres, 1998).

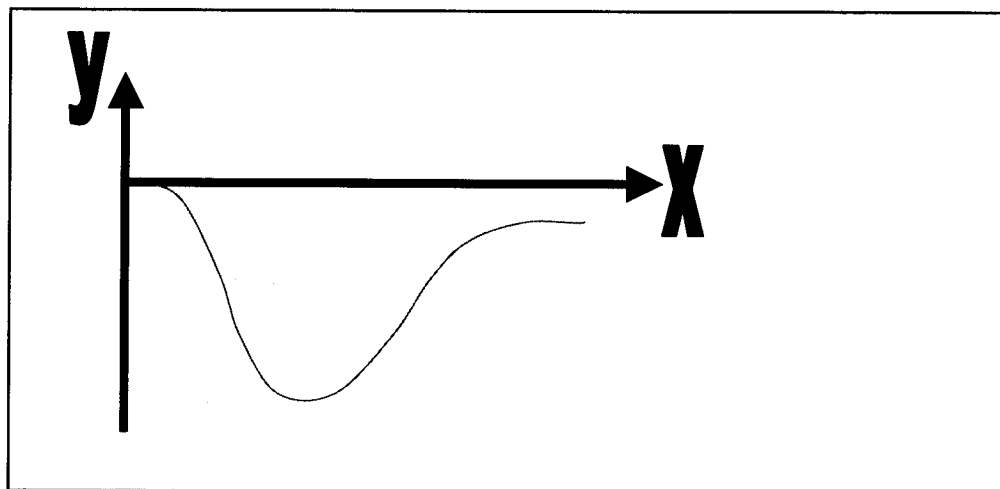


Fig. 4: Representación de la curva $Y = MA / MK = -X^2 \cdot e^{-X}$, en función de $X = P/K$, para el modelo Pizarro.

Para el caso de esta investigación donde se estudia una sola cuenca, la ETP es reemplazada por un parámetro **K**, definido conceptualmente por una expresión del tipo $K = \beta \cdot ETP$, en donde β es una constante que pondera a la ETP, ya que se trata de un análisis de tipo anual basado en metodologías estadísticas y derivado de que la ETP varía muy poco de año en año (Pizarro y Torres, 1998).

Por tanto, los modelos a estudiar explicitan el parámetro **K** reemplazando la ETP original, situación analizada por UNESCO, ROSTLAC (1982) en donde se plantea que no existen aún métodos directos de medición de la evapotranspiración potencial. En consecuencia, su estimación se efectúa, generalmente, a partir de métodos indirectos, que si bien proporcionan resultados aceptables, requieren de otros elementos meteorológicos que a su vez, pueden convertirse en una fuente de error. Adicionalmente, UNESCO, ROSTLAC (1982) recomiendan algunos modelos para estimar la variable evapotranspiración, citando para Sudamérica en lo que concierne a superficies naturales, los modelos de Turc, Thornthwaite y Mather, y Penman.

Estrela (1992), señala que los valores de la ETP potencial obtenidos deben contrastarse en la propia cuenca o en otras próximas de características análogas, viendo su verosimilitud a la luz de los valores de las ETP reales, los cuales pueden estimarse como término residual de la ecuación de balance hídrico para períodos de tiempo suficientemente largos. Además, agrega que en cuencas húmedas, al coincidir sensiblemente la ETP real con la potencial, un error en la estimación de ésta produce otro de igual magnitud en el cálculo por métodos hidrometeorológicos de la aportación; sin embargo, en cuencas áridas y semiáridas, gran parte de esos errores repercutirán directamente en el déficit de evapotranspiración y no afectarán a la estimación de las aportaciones.

Si bien el cálculo de la evapotranspiración a partir de procesos físicos provee un procedimiento racional, su aplicación está limitada por la carencia de datos e instrumentos requeridos. Además, estimar la evapotranspiración a partir de elementos meteorológicos, lleva consigo ciertas limitaciones que pueden ser, en cierto modo, absorbidas por la aplicación de modelos matemáticos cuyos componentes constituyen datos de fácil disponibilidad (UNESCO, ROSTLAC, 1982).

Asimismo, cabe señalar que la estimación de la variable precipitación, está sujeta a dos errores básicos, a saber, un *error puntual* y un *error espacial*. El primero, es causado por factores y elementos meteorológicos (viento), por el instrumental utilizado (mal calibrados o mal contruidos), por la operación misma (mala lectura, incidentes imprevistos), por instalación inadecuada del instrumental, etc. El segundo, comprende intrínsecamente una componente de la estimación puntual, de la falta de representatividad de esta medición, del error provocado en zonas altas de montaña donde no hay instrumentos y se estiman a partir de extrapolaciones de las zonas más bajas (UNESCO, ROSTLAC, 1982).

Finalmente y frente a todo lo planteado en este capítulo, se hace necesario mencionar a Moore (1990), citado por Pizarro (1996), quien establece una serie de recomendaciones a los hidrólogos ligados a zonas áridas y semiáridas de África, señalando que la modelación hidrológica no es un fin en sí mismo y más atención se debería prestar a

los sistemas de toma de decisiones que a los modelos que son usados. Esta recomendación posee un amplio sentido en la actualidad, en donde más parece importar el tipo de modelo que la calidad de la información, o las apariencias que aportan los sistemas de realidad virtual, que la aplicación y practicidad de las herramientas generadas.

En función de lo expuesto en el párrafo anterior, el estudio de estos tres modelos en Chile, se ve justificado porque anteriormente se han propuesto y aplicado otros como el modelo Coutagne, el modelo Peñuelas, el modelo de Grunsky, etc. Inclusive la Ley de Riego los ha recomendado para ser aplicados en estas latitudes. Unido a lo anterior, Schreiber y Renard (1978), citados por Estrela (1992), plantean que el modelo Budyko es uno de los más válidos y realistas para una mayor variedad de climas, lo que hace pensar que estas referencias fortalecen la evaluación y análisis de estos tres modelos en Chile.

Asimismo, en los últimos años estos modelos ya han sido evaluados también en Europa y África, lo que refleja el interés existente en otras latitudes. En este contexto, es importante mencionar a modo de ejemplo, que UNESCO-Cairo y UNESCO-Nairobi (1996) iniciaron el proyecto FRIEND/Nilo, de duración tres años, en 10 países ubicados geográficamente alrededor de la cuenca del mismo nombre, para evaluar estos modelos sobre regímenes de caudal. Este proyecto está aún siendo coordinado por el Centro Nacional Egipcio de Investigaciones Hidrológicas y la Universidad de Dar-Es-Salaam.

5.- METODOLOGÍA.

5.1.- Marco General.

La presente investigación estudió, de manera comparativa, 3 modelos precipitación-escorrentía, a saber, el modelo Budyko, el modelo Turc-Pike y el modelo Pizarro. Éstos, se aplicaron en el área geográfica correspondiente a la precordillera andina de la VII Región del país, específicamente en la cuenca del Río Achibueno, estación fluviométrica La Recova. Esta cuenca, a su vez, se ubica en la zona subhúmeda de Chile perteneciente a la 3ª Región o zona hidrológica.

Para la cuenca en mención, se consideró estaciones pluviométricas y fluviométricas localizadas principalmente, en la zona preandina (Ver Figura 1 y Figura 2).

Los datos originales se clasificaron en dos clases extremas, según la cantidad de precipitaciones anuales presentes frente al **promedio normal**, aludiendo que este promedio no es más que una media aritmética resultante de los últimos 30 años, o al menos del máximo número de años contemplados. Así, las series corresponden a valores de precipitaciones y aportaciones específicas para años secos (A.S.) y para años húmedos (A.H.), añadiendo el período total (P.T.) (1960/61 – 1995/96).

La comparación de los modelos estimadores de escorrentías medias anuales, para el área geográfica y series de datos mencionadas, pretende encontrar la posible existencia de diferencias estadísticas significativas entre ellos. Lo anterior, con el fin de que al efectuar una investigación, donde sea requisito conocer las características hidrológicas de esta cuenca, se disponga de una base confiable con la cual seleccionar el método más adecuado para estimar volúmenes de agua escurridos por ella.

Cabe señalar y destacar que esta memoria se ve enriquecida por los aportes de la Dirección General de Aguas (VII Región) y opiniones vertidas por los señores Claudio

Ramírez Bravo, Ingeniero Forestal en materias relacionadas a la Hidrología e Hidráulica y, el aporte recibido en temas relacionadas con S.I.G., del Sr. Carlos Mena Frau.

5.2.- Materiales y Equipos.

Para el desarrollo de este estudio se utilizaron, básicamente, los siguientes materiales y equipos:

- a) Base de datos, precipitación-escorrentía, perteneciente a la Dirección General de Aguas de Talca.
- b) Cartografía de la zona (VII Región), I.G.M., ESCALA 1:50.000.
- c) Planímetro digital.
- d) Equipos computacionales (PC e impresoras).
- e) Programas computacionales para la manipulación de datos, cálculos, análisis estadístico, desarrollo escrito del estudio y presentación de resultados:
 - Planilla electrónica: Microsoft Excel 97.
 - Procesador de texto: Microsoft Word 97.
 - Softwares estadísticos: Statgraphics Plus V. 1.4, Statgraphics para DOS V. 7.0, SPSS para Windows V. 7.0. y Statistical Analysis System (S.A.S.).
 - Sistema de Información Geográfica (SIG): ArcView GIS, V. 2.1. y V. 3.0.

5.3.- Fases Metodológicas.

Esta memoria trabajó primordialmente con información de precipitaciones y caudales medios mensuales. Así, la metodología de esta investigación comprende, principalmente, las etapas que se describen a continuación:

5.3.1.- Revisión Bibliográfica.

Este ítem contempló la obtención de información sobre los modelos precipitación-escorrentía desarrollados en otros países, y la presentación conceptual de aquéllos evaluados en esta memoria. Además, se caracterizó la cuenca del Río Achibueno desde un punto de vista biofísico (geología, hidrografía, clima, etc.), incursionando también sobre las características de aplicabilidad de los distintos métodos y del alcance que pretenden sus resultados.

La recopilación se efectuó sobre la base de la información publicada en textos especializados e INTERNET. En este sentido, la información recabada corresponde a la teoría presentada en el Capítulo 3 y 4 e información necesaria para complementar el Capítulo 5. Además, se añade información extraída de textos de estadística y econometría que fueron utilizados especialmente en el Capítulo 7.

5.3.2.- Selección de las estaciones pluviométricas y fluviométricas.

Según el mapa de estaciones fluviométricas de la D.G.A, existen 32 puntos de control operativos en la VII Región, de los cuales se seleccionó y utilizó sólo aquellos de interés para desarrollar este proyecto en función de los siguientes criterios (Cepeda, 1982):

- a) Representatividad de la cuenca en estudio: Las que poseen mejor ubicación o se encuentran más diferenciadas en esta zona geográfica; es decir, fueron eliminadas las estaciones que por ubicación, alta cordillera o zonas bajas no eran representativas de las características medias de la cuenca.
- b) Calidad de la información: Las que, en conjunto, presenten una mayor densidad, prefiriendo aquellas que registren menor cantidad de vacíos y disponen de mejor instrumental de medición.

- c) Período observado: Las que presenten un número mayor de registro y sean, al mismo tiempo, datos más confiables, es decir, más completas a nivel mensual, privilegiando en lo posible las que poseen mayor cantidad de datos recientes, considerando que éstos deberían ser, hipotéticamente, más exactos por el avance que conllevaría la utilización de instrumental tecnológicamente más moderno.

Es un requisito importante en una preselección de estaciones, el que éstas tengan un registro de datos considerable (a lo menos 20 años). Por ello, del total de estaciones meteorológicas estatales que existen en la región (alrededor de 40 según la D.G.A., organismo público que las tiene a su cargo), menos de 25 tienen una antigüedad superior a 20 años. Bajo este enfoque, se seleccionaron 6 estaciones meteorológicas entre las que se cuentan aquellas utilizadas sólo para completar y corregir datos de precipitación y caudal (Ver Apéndice I y II).

La selección se basó, principalmente, en función de su ubicación geográfica y de los criterios antes descritos. Después de haber delimitado el área de estudio, se consideró solamente 3 estaciones válidas para estimar las precipitaciones areales medias y las aportaciones resultantes de la modelación (1 estación fluviométrica y 2 estaciones pluviométricas) (Ver Tabla N° 2).

5.3.3.- Recolección de la información pluviométrica y fluviométrica.

Cuando los datos de las estaciones lo permitieron, se consideraron las precipitaciones y caudales medios mensuales y anuales (ordenados cronológicamente por año), correspondiente a un período de 37 años hidrológicos (período 1959/60 – 1995/96), además de contener la respectiva ubicación geográfica de cada una de ellas (latitud, longitud y altitud). Esta información fue obtenida en la sección de hidrología correspondiente a la D.G.A. regional (Ver Apéndice I).

Este organismo público facilitó, además, información oral de parte de su equipo técnico, referente a situaciones particulares que han acontecido sobre alguna estación o registro de datos, el manejo que se da a las mediciones y el curso administrativo que siguen éstas antes de ser incorporadas en las respectivas bases de datos. Del mismo modo, también se tuvo a disposición material cartográfico del área estudiada.

5.3.4.- Procesamiento de la Información.

A los datos pluviales y fluviales se les efectuó un manejo preliminar. Esta actividad se realizó en las 6 estaciones seleccionadas. Sin embargo, algunas no fueron consideradas en el cálculo de las precipitaciones medias areales y aportaciones generadas (Ver Tabla N° 2), ya que no siempre se debió a que su información no tuviera la calidad necesaria, sino a otros aspectos como la existencia de series cortas o una ubicación inadecuada o, distanciamiento excesivo entre la estación base y el resto de las estaciones seleccionadas, entre otros. Pese a ello, sí fueron empleadas en las fases de completación y corrección de datos de las estaciones adyacentes o más próximas.

En este marco, en los pares de datos válidos para la aplicación de los modelos, fueron eliminados aquellos que a simple vista no cumplían con ciertos requisitos mínimos, como la existencia de valores que se escapan en exceso del comportamiento que presenta la masa general u otras deficiencias similares y que, a la vez, puedan ser asociados a algún tipo de error de medición fácilmente detectable (por ejemplo, años hidrológicos donde la escurrentía supere las precipitaciones caídas).

Asimismo, una condición necesaria para establecer comparaciones entre los distintos modelos y/o series de datos, es la simultaneidad de las observaciones. Por tanto, si alguna estación o serie no presentaba registros en un mismo intervalo de tiempo, ya sea por un menor número de años medidos o por la existencia de grandes lagunas carentes de información, fue necesario reducir la serie a un intervalo común.

- Corrección o análisis de consistencia.

Para visualizar la homogeneidad de la estadística pluviométrica y fluviométrica, se graficaron las precipitaciones y caudales anuales acumulados correspondientes a pares de estaciones vecinas o cercanas, con el fin de detectar la existencia de posibles quiebres o diferencias de pendientes en las curvas, provocados por ejemplo, por cambios en la localización de la estación de medida, errores sistemáticos en las mediciones, entre otros, o si responden a una tendencia natural de la serie (Estrela, 1992). Este método de corrección se conoce como Curvas Doble Acumuladas o Doble Masa (UNESCO, ROSTLAC, 1982; Linsley *et al*, 1988; Estrela, 1992) y se utiliza para detectar errores sistemáticos en los registros hidrológicos.

El método mencionado en el párrafo anterior asume que, para un lapso constante, se manifiesta una relación estable de proporcionalidad entre los valores que registran un par de estaciones cercanas; es decir, la relación de incremento entre las precipitaciones se debería mantener relativamente constante de no haber algún error sistemático. De existir un quiebre en la línea recta proyectada, debería corregirse por medio de un factor obtenido por el cociente entre las pendientes de los tramos. Estrela (1992), señala que la teoría del método se basa en la versión de que si se representan en ejes coordenados las acumulaciones sucesivas de dos series de valores en el mismo período y con igual régimen meteorológico o hidrológico, esos datos tienden a alinearse siguiendo una recta.

Para este estudio, no fue necesario corregir los datos pluviales y fluviales, debido a que la D.G.A. a nivel interno, efectúa dicha actividad. Sin embargo, la aplicación del método descrito sólo se realizó con el fin de comprobar el propósito al que se ha hecho mención.

- Completación de datos.

Entre los diversos métodos de completación de datos existentes los más frecuentemente utilizados, para períodos menores a un año, son la completación por

Razones de Distancias, por Promedios Vecinales y por Razones Promedios. El primero de ellos, se aconseja utilizar en zonas planas, no montañosas. Para las zonas montañosas, se debería emplear el segundo, siempre y cuando las precipitaciones normales no difieran en más de un 10%. De no cumplirse lo anterior, se aplicaría el método Razones Promedios (Linsley *et al*, 1988; UNESCO, ROSTLAC, 1992; Pizarro, 1993).

Una vez analizada la estadística de las estaciones seleccionadas, fue necesario rellenar los vacíos encontrados en la base de datos. Para tal efecto se utilizaron dos métodos, a saber, Promedios Históricos y Regresiones Lineales Simples, destacando que la literatura los ha propuestos como buenos métodos para la zona geográfica en estudio (Lucero, 1997; Ramírez, 1998). Lo anterior se ve fortalecido por la investigación efectuada por Lucero (1997), quien utilizó aproximadamente 10.000 datos de precipitaciones de la Región, obteniendo por ejemplo, un coeficiente de correlación sobre 0.95 en más de un 86% de los casos.

Según el método de los Promedios Históricos, en una estación pluviométrica o fluviométrica, existe una relación aproximada entre la precipitación o caudal desconocido de un mes y el promedio algebraico de ese mismo mes, pero correspondiente a otra serie de años. Éste método sólo se empleó para completar ciertos meses de algunos años hidrológicos (Ver Tabla N° 4).

Estrela (1992), plantea una jerarquización de métodos utilizados para el relleno de registros meteorológicos, ubicando entre los mejores al método de regresiones lineales, agregando que esta ordenación puede sufrir alteraciones dependiendo de la escala temporal del completado (día, mes, año) y, pueden producirse resultados muy similares para ciertas condiciones en la distribución espacial de la precipitación dentro del país. Así, se ajustaron las series de precipitaciones y caudales mensuales de la estación con datos faltantes y las correspondientes a la de la estación patrón, obteniéndose una ecuación de regresión lineal simple en función de las condiciones explicitadas en el Anexo III.

Para las regresiones se utilizó el máximo número de pares de datos (Ver Anexo II), obtenidos del total existente entre la estación completa y la estación con datos faltantes (completos o incompletos), los que fueron procesados a través del uso de un paquete estadístico (Statgraphics para Windows, V.1.4.).

- Supuestos de regresión lineal simple.

En esta etapa se analizaron algunos supuestos de regresión para cada modelo empleado en la completación de datos, comprendiendo un análisis gráfico y ajuste lineal propiamente tal. Se evaluaron las *hipótesis* asociadas a los coeficientes de la recta y algunos supuestos básicos del método mínimos cuadrados (*LINEALIDAD*, *HOMOCEASTICIDAD* y *NO-AUTOCORRELACIÓN*), como se resume en el Anexo III. Es menester señalar que, el supuesto de *normalidad* no fue evaluado, porque el propósito de estas ecuaciones fue realizar sólo estimaciones puntuales (Cid *et al*, 1990), además que el método de mínimos cuadrados de regresiones lineales simples no asume dicho supuesto.

(i) LINEALIDAD:

Este supuesto se verificó en función de dos pruebas estadísticas, o sea, el coeficiente de determinación (R^2) y un análisis de varianza (ANDEVA). Además, se construyó un gráfico de puntos (Gujarati, 1992). Mayores detalles se especifican en el Anexo III.

- Coeficiente de Determinación \Rightarrow Este coeficiente refleja el porcentaje de la variación total de la variable dependiente que es explicada por la variable independiente.
- ANDEVA \Rightarrow Este análisis entrega información respecto a la tendencia de las variables. Asimismo, de acuerdo a lo establecido por Cid *et al* (1990), la regla de

decisión hipotética que respalda los resultados del ANDEVA es el *valor “p”* calculado, que está en función del nivel de significación asignado ($\alpha=0,05$).

En el análisis gráfico realizado, se pueden detectar residuos inusuales o anómalos (“outliers”). En este marco, la literatura técnica estipula eliminarlos siempre y cuando no excedan un 5% de la muestra; sin embargo, otros autores plantean dejarlos, ya que pueden ser representativos de la población. Para este estudio se decidió dejarlos, con el fin de evaluar los puntos influyentes (Cid *et al*, 1990; Gujarati, 1992).

(ii) HOMOCEASTICIDAD:

Un supuesto importante del modelo clásico de regresión lineal es que las perturbaciones de la función de regresión poblacional son homocedásticas, es decir, que todas tienen la misma varianza. Los métodos utilizados para detectar heterocedasticidad fueron el test de Goldfeld – Quandt y el test “C” de Cochran, mientras que en términos gráficos se empleó el gráfico de residuos. Mayores detalles se especifican en el Anexo III.

La hipótesis asociada a este concepto es:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 \quad (\text{las varianzas poblacionales son similares})$$

$$H_a: \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \quad (\text{las varianzas poblacionales difieren})$$

- Test de Goldfeld – Quandt \Rightarrow Este método detecta heterocedasticidad de las varianzas por medio de una prueba supone que la varianza heterocedástica σ_i^2 está positivamente relacionada con una de las variables explicativas en el modelo de regresión. La prueba consiste en 7 pasos detallados en el Anexo IV (Gujarati, 1992).
- Test “C” de Cochran \Rightarrow Este método es el más fácil de utilizar, representado por la expresión *varianza mayor*/ Σ *varianza*, que presenta una distribución F de Snedecor

con “n” grados de libertad, siendo “n” el número de pares de datos (Gujarati, 1992). Esta prueba decide en función del *valor-“p”* calculado automáticamente a través del programa Statgraphics Plus V.1.4.

- Gráfico de residuos ⇒ Permite verificar que la distribución de los residuos esté homogéneamente en torno a la línea horizontal (valor cero), para estar en presencia de homocedasticidad, como se aprecia en los esquemas hipotéticos presentados en el Anexo V (Gujarati, 1992).

(iii) NO-AUTOCORRELACIÓN (INDEPENDENCIA):

Este supuesto se evaluó a través del método *d* de Durbin-Watson, apoyado por medio del gráfico residuos v/s tiempo (gráfico de autocorrelación estimada para residuos).

- Método *d* de Durbin-Watson ⇒ Este método da origen a tres zonas: una zona de rechazo, una zona de aceptación de la hipótesis nula y una zona de indiferencia en donde el método no es capaz de determinar la cantidad de evidencia en contra de la hipótesis alternativa. El valor de *d* fue estimado automáticamente a través del programa Statgraphics Plus V.1.4.
- Gráfico de residuos v/s tiempo ⇒ Este gráfico se basa en el análisis de una serie de tiempo por medio de una representación entre los residuos obtenidos del ajuste de un modelo y el tiempo. Hipotéticamente, la Figura 5 indica que existe un intervalo de confianza (línea punteada) donde el número de frecuencias de los residuos (barras) está dado por “T” intervalos (Gujarati, 1992). La existencia de una o más frecuencias fuera del intervalo revela la presencia de autocorrelación; de lo contrario, no existe correlación serial en el modelo (Cid *et al*, 1990; Gujarati, 1992).

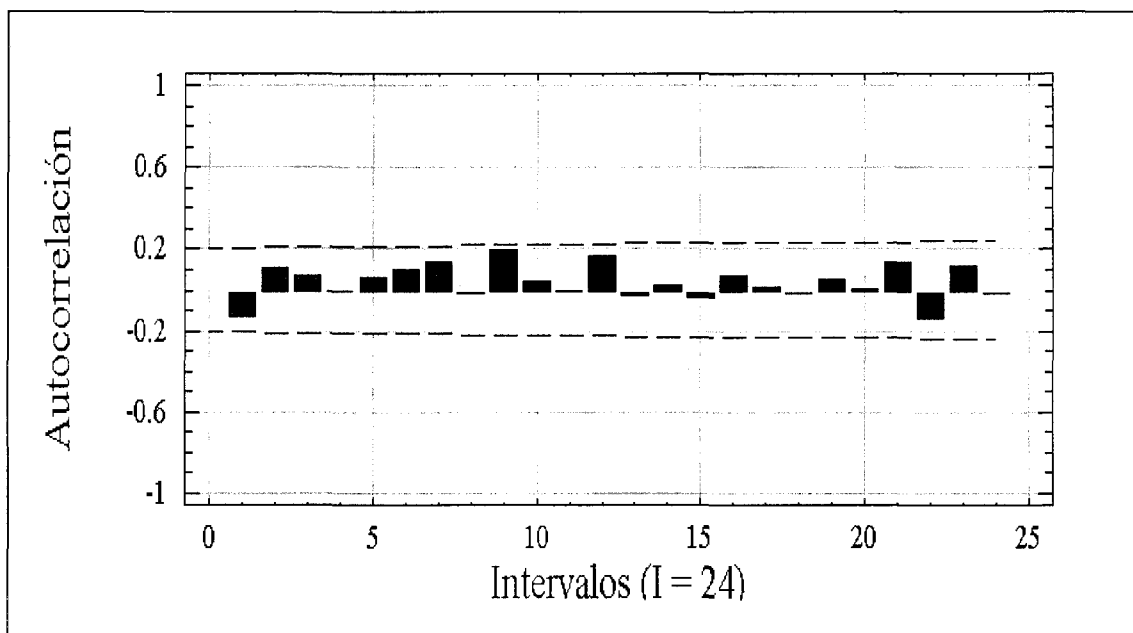


Fig. 5: Gráfico hipotético de autocorrelación de residuos (no hay presencia de correlación serial).

Es trascendental hacer mención que la ecuación de regresión lineal que presentó problemas de heterocedasticidad, fue corregido a través de una Transformación Logarítmica, mientras aquella regresión que mostró presencia de autocorrelación fue corregida a través del Método Iterativo o Método ρ (Ver Anexo VI). Esta etapa correctiva se llevó a cabo para que la regresión cumpliera todos los supuestos que el método de mínimos cuadrados posee (Cid *et al*, 1990):

❖ Transformación Logarítmica.

Este manejo comprime las escalas en las que se miden las variables, reduciendo así una diferencia de 10 veces a una de 2, obteniéndose una ecuación final que toma la forma $\text{Ln}Y = a + b\text{Ln}X$ (Gujarati, 1992).

❖ Método Iterativo o Método ρ .

El Método ρ está basado en el valor d de Durbin–Watson estimado automáticamente por el programa Statgraphics Plus V.1.4. Este procedimiento consta de 5 pasos detallados en el Anexo VI.

5.3.5.- Diferenciación en años secos y húmedos.

Con los datos ya procesados, se separaron dos series extremas considerando el promedio normal de las precipitaciones, diferenciándose como años secos aquellos que tienen valores anuales bajo la precipitación normal y, años húmedos los que presentan valores superiores a ésta. Aunque generalmente los datos de precipitación son clasificados en dos, tres o más subdivisiones (no únicamente en secos y húmedos), en este estudio sólo se consideró dos subgrupos, debido a que, sin dejar de ser considerables las series o número de años con registros, éstas no son lo suficientemente largas.

Previo a la etapa anterior, se seleccionó y eliminó aquellos datos en los cuales las precipitaciones eran menores que las aportaciones. Esto, aunque se podría considerar normal por las inexactitudes de medición, habituales en un estudio hidrológico de estas características, en este caso no lo es ya que se verificó que tales pares eran puntos aislados en la masa de datos (puntos influyentes); luego, se les podría clasificar como datos erróneos y, por lo tanto, no se les consideró en el tratamiento de conjunto del resto. Con ello fue posible determinar el número de pares de datos válidos precipitación-aportación específica (29 años), a partir de los cuales se llevó a cabo posteriormente el proceso de análisis estadístico.

5.3.6.- Cálculo de las precipitaciones medias areales.

Para obtener el valor medio de la precipitación areal, a nivel mensual y anual, se utilizó el método **Polígonos de Thiessen** (UNESCO, ROSTLAC, 1982; Linsley *et al*, 1988). Su utilización en este proyecto se justifica porque, según Ramírez (1998), es seguro y confiable para tratar información pluviométrica de la VII Región; sin embargo, diversos autores estipulan que el método de las Isoyetas debiera ser teóricamente uno de los más exactos, ya que considera los factores de la zona y de las precipitaciones; sin embargo, tiene un alto grado de subjetividad dado por la experiencia y acceso a la información que posea el técnico encargado de la construcción de las correspondientes isoyetas.

En los Polígonos de Thiessen, a cada estación se le asigna una superficie, la cual es obtenida representando la ubicación de ellas en un plano, uniéndolas luego a través de rectas. A estas rectas, posteriormente se le trazan sus mediatrices hasta que se intercepten entre sí (línea negra continua representada en la Figura 6). Con los límites del área geográfica en estudio y el límite que definen dichas mediatrices, se obtiene la superficie de influencia asignada a cada estación (Ver Apéndice II) (MOPT, CEDEX, 1992; Pizarro, 1993; Fernández, 1995).

En esta etapa se utilizó la expresión matemática expresada por Pizarro (1993), es decir:

$$P_{mj} = \frac{\sum S_i * P_{ij}}{\sum S_i}$$

Donde;

P_{mj} =Precipitación media del área en estudio, en el tiempo j (mm);

S_i =Superficie de influencia de la estación i (km²);

P_{ij} =Precipitación de la estación i en el tiempo j (mm).

Posteriormente, el volumen mensual fue expresado en volúmenes de caudal (m³) por mes y luego, por año. El conjunto de aportaciones fue dividido por la superficie de la cuenca, quedando así la **aportación específica** expresada como $a = A/S$, donde

A =Volumen de caudal mensual o anual (m^3) y S =Superficie de la cuenca (m^2). De esta forma, la esorrentía quedó expresada en mm al igual que las precipitaciones, resultando unidades comparables entre sí.

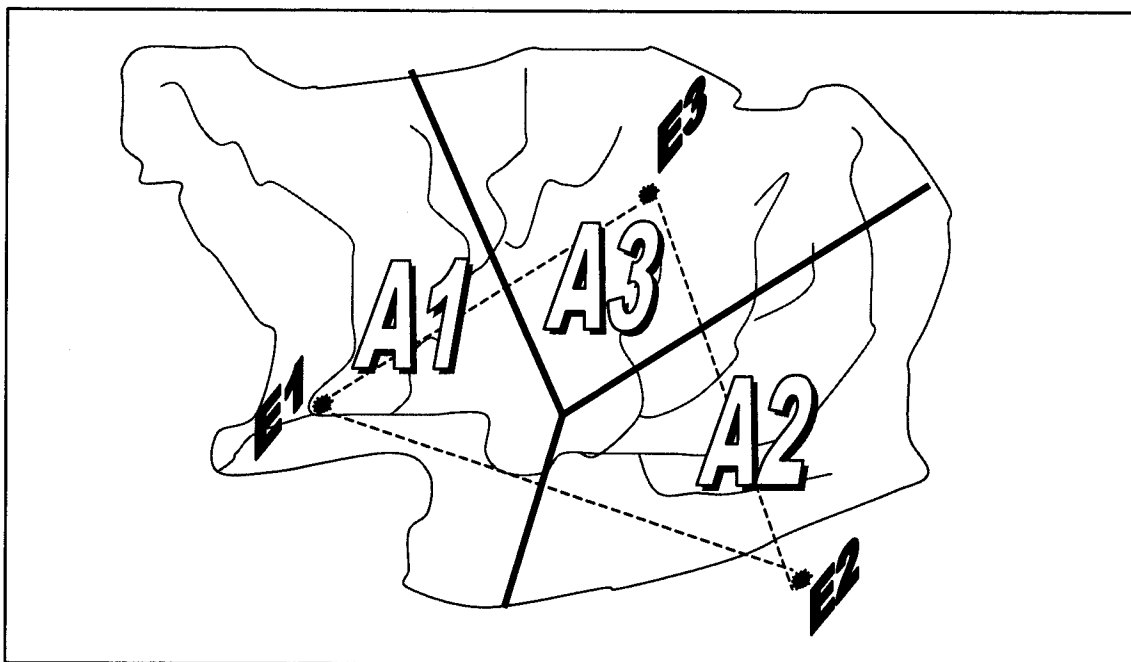


Fig. 6: Esquema hipotético del método Polígonos de Thiessen, donde E1, E2 y E3 representan la ubicación de cada estación pluviométrica y A1, A2 y A3, la superficie de influencia respectiva (Linsley *et al*, 1988).

5.3.7.- Análisis estadístico de los modelos propuestos.

5.3.7.1.- Calibración de los modelos.

Llamas (1993), señala que la calibración de un modelo matemático consiste en evaluar o estimar los parámetros de éste con criterios deductivos o con ayuda de observaciones anteriores sobre las sollicitaciones (por ejemplo, precipitaciones) y las respuestas (por ejemplo, caudales). Adicionalmente, agrega que existen dos formas de estimar los parámetros a partir de una muestra: *pasiva* y *activa*. En la primera forma, se

utilizan todos los pares precipitación-caudales disponibles y, por medio de métodos estadísticos, se evalúan los coeficientes de la ecuación. La segunda forma utiliza un método selectivo dando una ponderación diferente a ciertas observaciones o grupo de observaciones. Cabe mencionar que para este estudio se utilizó el método pasivo.

La calibración se realizó a nivel mensual y anual, considerando el período total de registro (29 años). Con el uso del programa Statgraphics para DOS y para ecuaciones no paramétricas, se ajustaron los tres modelos, determinando el parámetro k desconocido en cada fórmula.

En el contexto anterior, no se efectuó la validación de ellos por considerar que la longitud de la serie total no era lo suficientemente consistente para aplicar ambas actividades (calibración y validación).

5.3.7.2.- Medidas de bondad de ajuste.

Se analizaron los resultados gráficos y analíticos, atendiendo a las características de la zona, comparándolos entre sí para detectar similitudes y diferencias. A la vez, se pretendió comprender qué características de los datos influyeron de forma principal en los valores obtenidos. Así, se aplicaron las siguientes medidas de bondad de ajuste:

(i) **Coefficiente de determinación (R^2):** Mediante el R^2 se analizó la bondad del ajuste, en términos mensuales y anuales, para el período total y las series extremas consideradas, efectuando además un análisis exploratorio de datos (AED). Así, a través del gráfico de dispersión (aportaciones v/s precipitaciones) que incorpora las curvas de los tres modelos, se observó el comportamiento de ellos para decidir previamente si tiene sentido o no evaluarlos, especialmente a nivel mensual.

Este coeficiente expresa el porcentaje de la variación total de las aportaciones reales explicada por el modelo.

La expresión utilizada para estimar el valor de R^2 es la siguiente:

$$R^2 = 1 - [\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / \sum (Y_i - \bar{Y})^2]$$

Donde;

Y_i =Aportaciones específicas reales;

\hat{Y}_i =Aportaciones modeladas;

\bar{Y} =Promedio de las aportaciones específicas reales.

(ii) **Error estándar de la estimación (EEE)**: Señala en promedio, cuánto se desvía cada dato estimado con respecto al dato real. Su expresión es la siguiente:

$$EEE = [\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n - r)]^{0.5}$$

Donde;

Y_i =Aportaciones específicas reales;

\hat{Y}_i =Aportaciones modeladas;

n =Número de datos considerados;

r =Número de variables consideradas.

El EEE es un estimador indirecto, dado que los valores que resultan de aplicar la expresión señalada, son inherentes al tipo de información utilizada y no son directamente comparables con los resultados de otro conjunto de datos. Es menester destacar que, el valor de EEE se obtuvo de forma automática a través del programa Statgraphics para DOS, V.7.0., al igual que el R^2 .

(iii) **Test de concordancia de Bland y Altman (ACBA)**: Las diferencias metodológicas en la estimación de las aportaciones hídricas se evaluaron, además, utilizando el análisis de concordancia de Bland y Altman. Este método, gráfico y analítico, permite discriminar cuánto difiere un modelo precipitación-escorrentía respecto del otro, apreciando la homogeneidad del error a lo largo de la unidad de medida (Barrera *et al*, 1997; Altman y Bland, 1999; Dunn y Roberts, 1999).

En términos estadísticos, el grado de concordancia lo asignan las *diferencias promedios* (dp) entre el valor real y el estimado y, la *desviación estándar* (SD) de dichas diferencias (Ver Figura 7a). Adicionalmente, se establece un límite de confianza (LC) con un 95 % de nivel de significación, definido por la expresión:

$$LC = dp \pm 1.96 * SD ;$$

Donde, dp y SD son respectivamente, las diferencias promedios y desviación estándar de las mismas.

Luego, la relación *valor real v/s modelado* con un valor dp lo más cercano a cero (en términos absolutos), será la de mejor ajuste. En caso de existir diferencias mínimas del valor dp, se determina como mejor ajuste aquel que presente un menor valor SD y sus LC sean más estrechos (Altman y Bland, 1999).

El análisis de concordancia de Bland y Altman contempla, además, el coeficiente de determinación entre el valor estimado y el valor real, con el fin de verificar el grado de asociación lineal existente entre las variables, mientras que en términos gráficos se analiza la relación *Diferencias (DIF) v/s Promedios (PROM)* de valores observados y predichos, situación representada teóricamente en la Figura 7a). Es importante señalar que este gráfico es equivalente a un gráfico de residuos, salvo la diferencia de que este último incorpora la variable valor estimado en vez del promedio y no presenta los límites de confianza (LC) descritos.

Agregando a lo anterior, hipotéticamente en la Figura 7b) se define la relación lineal entre valores observados y predichos respecto a la recta de 45°, con el propósito de determinar qué modelo presenta un comportamiento similar al representado en la Figura 7 (a y b).

El análisis de concordancia de Bland y Altman sólo fue aplicado a nivel anual, ya que en términos mensuales se llevó a cabo solamente un análisis exploratorio de datos

El diseño experimental aplicado comprende un modelo lineal donde los tratamientos serán los modelos precipitación-aportación específica y los bloques serán los años fijos (Hicks, 1982), cuya expresión matemática es la siguiente (Peña, 1995):

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, 4 \\ j = 1, \dots, \text{años} \end{array}$$

Donde;

Y_{ij} =Observación de la aportación específica (observada o estimada);

μ =Efecto global, que mide el nivel promedio de aportaciones para todas las observaciones; α_i =Efecto fijo del tipo de modelo (se supondrá que $\sum \alpha_i = 0$);

β_j =Efecto fijo de los años (se supondrá que $\sum \beta_j = 0$);

ε_{ij} =Efecto aleatorio, que recoge el efecto de todas las restantes causas posibles de variabilidad del experimento.

Las hipótesis asociadas a cada fuente de variación son expresadas como:

H₀ : Los efectos de los modelos sobre la media son iguales.

H_a : Los efectos de los modelos son distintos; es decir, al menos uno de los modelos difiere significativamente de los demás.

El criterio utilizado para determinar la significancia estadística, fue propuesto por Cid *et al* (1990): “si el valor “*p*” es menor o igual que el nivel de significación ($\alpha = 0,05$), entonces existe evidencia significativa en contra de H_0 ”.

El ANDEVA se obtuvo a través del procedimiento PROC GLM (General Linear Model) del software estadístico S.A.S. (Statistical Analysis System). La Tabla N° 1 presenta el esquema teórico conceptual que corresponde a un ANDEVA del tipo empleado (Peña, 1995).

Tabla N° 1: Marco conceptual operativo de un ANDEVA.

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados (SC)	Grados de Libertad (g.l)	F calculado (Fc)
α_i	$J\Sigma(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$	I - 1	ECM _{α_i} / ECM _{ϵ_{ij}}
β_j	$I\Sigma(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2$	J - 1	
ϵ_{ij}	$\Sigma\Sigma \epsilon_{ij}^2$	(I - 1)(J - 1)	
TOTAL	$\Sigma\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$	n - 1	

5.3.8.- Análisis, comparación y discusión de los resultados.

En esta fase se analizaron los resultados que presentaron los modelos estimadores de aportaciones, atendiendo a las características de la cuenca hidrográfica considerada y su entorno físico, los cuales fueron comparados para tratar de encontrar diferencias y similitudes, con el fin de determinar cuál de ellos presenta un mejor comportamiento, en términos estadísticos, gráficos y a través de un análisis global de la situación de la cuenca, bajo el punto de vista de 4 criterios:

- ❖ Mayor valor del coeficiente de determinación (R^2).
- ❖ Menor valor de las diferencias promedios (dp) y desviación estándar (SD) de las mismas, del análisis de concordancia de Bland y Altman (ACBA).
- ❖ Menor valor del error estándar de estimación (EEE).
- ❖ *Valor "p" > $\alpha=0,05$* del análisis de varianza (ANDEVA).

5.3.9.- Conclusiones y recomendaciones.

En esta etapa se identificaron las principales ventajas-desventajas y similitudes-diferencias que presentan los modelos, vislumbrando a su vez las características que influirían en la aplicación práctica de ellos. Además y, a partir de los resultados obtenidos, se derivaron conclusiones y recomendaciones respecto del uso de éstos; respecto a la estimación del parámetro K y su relación con la evapotranspiración potencial y, respecto a

la validez de los ajustes, terminando por recomendarlos o descartarlos en la estimación de las aportaciones de esta cuenca sometida a régimen natural.

En este contexto, las conclusiones y recomendaciones generadas por este estudio fueron planteadas en términos específicos inherentes a los objetivos fijados en la memoria, y desde la perspectiva de proyectar futuros estudios ligados al tema.

6.- PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

6.1.- Área de estudio y series de datos.

En una primera etapa se seleccionaron las estaciones fluviométricas y pluviométricas necesarias para realizar la investigación (Ver Apéndice I y Anexo I). En la Tabla N° 2, se presenta la cantidad de estaciones seleccionadas y aquellas consideradas válidas para el estudio, así como la superficie de la cuenca del Río Achibueno.

Tabla N° 2: Número de estaciones fluviométricas y pluviométricas seleccionadas y utilizadas en la completación y corrección de datos, estimación de las precipitaciones medias areales y aportaciones específicas.

Cuenca Hidrográfica	N° de Estaciones Seleccionadas		N° de Estaciones Utilizadas (válidas)		Superficie (km ²)
	Pluviométricas	Fluviométricas	Pluviométricas	Fluviométricas	
Río Achibueno	4	2	2	1	943
Total	6		3		

En la Tabla N° 2, se presenta el número de estaciones válidas utilizadas para la calibración de los modelos, posterior a una depuración estadística de la información original. El resto de estaciones sólo fueron empleadas en las etapas de completación y corrección de datos.

Producto de la diferenciación del período total considerado inicialmente (37 años hidrológicos), se obtuvo una clasificación de las series extremas posterior a la depuración estadística de la información, cuyas longitudes se especifican en la Tabla N° 3.

Tabla N° 3: Cantidad de años húmedos, secos y totales diferenciados para la cuenca del Río Achibueno.

Cuenca Hidrográfica	N° de Años Húmedos	N° de Años Secos	Total
Río Achibueno	16	13	29

6.2.- Completación y corrección de Datos.

Los años rellenados a través de los dos métodos expuestos en la metodología, es decir, promedios históricos y regresiones lineales simples, se presentan en la Tabla N° 4, mientras el análisis estadístico y gráfico resultante de la evaluación de los supuestos de regresión, se presentan en el Anexo II.

Tabla N° 4: Estaciones fluviométricas y pluviométricas rellenadas por los métodos de regresión lineal simple y promedios históricos.

ESTACIÓN		AÑOS HIDROLÓGICOS COMPLETADOS	ESTACIÓN PATRÓN
FLUVIOM.	PLUVIOM.		
R. Achibueno (La Recova)		65/66 72/73 86/87 87/88 94/95 94/96	R. Ancoa (El Morro)
	Ancoa Embalse	60/61 61/62 67/68 72/73 74/75	Bullileo Embalse
	Liguay	59/60 60/61 61/62 62/63 63/64 64/65 65/66 66/67 67/68 68/69 69/70 70/71 71/72 72/73 73/74 74/75 75/76 84/85 85/86	Bullileo Embalse
	Hornillo	59/60 60/61 61/62	Bullileo Embalse

En Negro aparecen los años rellenados por el método de *regresión lineal*. En Gris, aquellos años rellenados por regresiones lineales y promedios históricos.

En este contexto, debido a que no se conocía de antemano qué estación o grupo de estaciones mantenían los registros más fidedignos para ser consideradas como patrón de comparación, se definió como estación base de las precipitaciones a Embalse Bullileo y como estación base de los caudales a Río Ancoa en El Morro, por considerar que cumplían

los criterios descritos en la metodología; es decir, contar con toda la información, que tenga un estructura completa de datos y que la serie sea claramente confiable. Luego, las curvas másicas resultantes se presentan en el Anexo II, donde es posible destacar que no se aprecian cambios de pendientes u otras anomalías de consideración, en virtud de lo cual se aceptó la homogeneidad de la estadística rellena.

6.3.- Precipitaciones medias areales a nivel mensual y anual.

Las precipitaciones medias areales resultantes a nivel mensual y anual, se presentan en la Tabla N° 5 (con un valor de precipitación normal equivalente a 1.716 mm/año), donde las estaciones Embalse Bullileo y Embalse Ancoa fueron las utilizadas en el método de los Polígonos de Thiessen (Ver Apéndice II).

Tabla N° 5: Precipitaciones medias areales mensuales y anuales (mm), estimadas a través del método Polígonos de Thiessen.

AÑOS	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ANUAL
N° de estaciones usadas en los Polígonos de Thiessen : 2													
1960/61	25,8	65,3	474,8	184,9	125,4	94,9	150,2	26,3	10,7	97,5	1,3	163,6	1420,7
1961/62	22,0	127,9	314,9	319,4	298,6	566,7	93,4	0,0	3,3	0,0	0,0	0,0	1746,2
1962/63	57,0	63,5	375,8	48,6	190,1	47,8	126,7	1,5	0,7	0,0	0,0	47,5	959,2
1964/65	1,7	53,1	207,6	190,8	329,6	40,8	21,9	44,8	109,8	26,5	80,1	0,3	1107,2
1967/68	11,2	329,0	127,3	190,1	167,1	117,9	145,4	73,2	19,9	0,0	13,5	28,1	1222,6
1968/69	54,3	6,5	75,7	83,0	112,9	127,7	76,4	67,3	112,8	0,0	11,0	11,2	738,8
1969/70	187,0	220,6	506,0	331,1	237,1	105,1	97,0	17,1	0,0	12,1	7,1	39,7	1759,9
1970/71	0,7	228,9	433,3	438,6	180,9	108,9	114,3	18,0	6,6	3,0	11,4	0,0	1600,5
1971/72	32,1	374,3	397,0	334,0	201,3	97,4	81,4	0,7	95,5	11,3	0,8	98,8	1724,6
1972/73	52,9	874,8	213,0	258,1	469,5	295,3	287,8	44,3	21,6	0,0	3,7	14,2	2535,1
1973/74	35,1	409,5	242,8	400,9	77,0	31,6	190,1	2,5	2,8	35,5	0,5	44,3	1472,5
1974/75	0,0	339,7	758,9	114,9	85,2	80,0	40,2	26,5	40,2	0,0	83,3	11,8	1580,6
1975/76	164,7	391,6	551,2	572,4	157,1	111,4	49,9	105,0	47,0	15,6	7,7	17,4	2191,0
1977/78	70,2	289,5	402,7	770,9	235,2	85,1	67,9	189,6	8,0	0,0	4,7	0,0	2124,0
1978/79	3,4	199,0	310,2	848,2	111,7	269,0	192,6	186,3	18,8	10,5	1,1	1,1	2152,0
1979/80	53,8	232,4	83,3	580,6	503,8	301,1	11,0	107,5	82,2	0,5	127,1	18,5	2101,7
1980/81	498,1	462,9	376,9	314,8	169,8	129,8	0,0	75,2	110,9	26,0	4,1	49,6	2218,0

Tabla N° 5: Precipitaciones medias areales mensuales y anuales (mm), estimadas a través del método Polígonos de Thiessen (Continuación).

AÑOS	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ANUAL
N° de estaciones usadas en los Polígonos de Thiessen : 2													
1981/82	117,4	911,7	124,7	199,9	234,5	158,0	61,3	10,3	4,0	29,5	33,9	39,1	1924,2
1983/84	80,6	205,2	295,4	369,8	173,1	68,0	27,3	3,0	3,5	2,1	29,5	19,6	1277,2
1984/85	52,1	496,6	299,6	736,9	168,8	238,2	136,0	20,3	0,8	9,3	0,0	30,4	2189,0
1986/87	221,0	594,3	623,2	203,6	261,6	36,3	98,9	246,4	0,5	0,0	1,0	79,6	2366,5
1987/88	25,2	151,3	128,0	688,0	298,1	240,2	191,8	4,6	5,9	5,8	0,0	67,0	1806,0
1988/89	72,5	78,8	521,1	258,9	365,3	78,2	66,5	14,3	8,9	10,2	4,5	5,1	1484,3
1989/90	0,0	78,0	258,6	318,2	280,7	57,9	35,4	8,1	55,9	12,5	12,8	134,0	1252,3
1990/91	53,6	157,6	117,0	175,6	113,9	336,1	57,5	65,0	4,7	10,7	0,0	0,3	1091,9
1991/92	153,2	679,9	334,2	354,6	74,8	178,0	130,4	49,3	131,3	0,0	13,6	112,3	2211,7
1992/93	194,7	732,5	564,6	153,7	131,5	119,3	108,4	23,4	7,1	2,2	0,0	0,8	2038,2
1994/95	183,4	172,6	408,5	499,4	71,3	159,0	86,1	17,5	55,4	0,0	3,6	0,1	1656,9
1995/96	213,6	82,4	538,8	526,1	242,3	69,5	83,3	2,0	0,0	6,2	36,8	22,7	1823,6

6.4.- Aportación específica real y predicha a nivel mensual y anual.

La estimación de las aportaciones específicas observadas a nivel mensual se efectuó considerando la cantidad de “días calendario” de cada mes, mientras el valor anual se estimó posteriormente a partir de la sumatoria de los doce meses, como se presenta en la Tabla N° 6.

Tabla N° 6: Aportación específica mensual y anual observada (mm) en la estación pluviométrica La Recova.

AÑOS	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ANUAL
Superficie Total de la Cuenca : 943 km ²													
1960/61	14,1	104,1	154,3	132,9	126,0	95,4	149,6	154,0	72,3	33,2	11,8	108,5	1156,1
1961/62	39,2	23,5	72,1	102,2	91,5	402,8	265,2	198,1	171,8	104,9	58,1	11,3	1540,6
1962/63	11,3	13,8	14,8	114,8	85,8	81,9	100,6	79,2	80,0	16,9	12,9	11,9	623,8
1964/65	16,1	14,1	38,6	68,5	86,6	107,7	107,4	93,4	93,4	47,1	44,5	30,4	747,9

Tabla N° 6: Aportación específica mensual y anual observada (mm) en la estación fluviométrica La Recova (Continuación).

AÑOS	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ANUAL
Superficie Total de la Cuenca : 943 km ²													
1967/68	16,2	101,7	78,4	81,1	105,2	150,1	194,5	186,3	105,2	46,3	27,9	24,2	1117,3
1968/69	16,1	12,2	15,4	20,1	45,5	51,0	62,5	76,7	62,5	43,8	17,1	13,2	435,9
1969/70	33,2	160,3	383,6	218,1	269,3	140,8	113,2	131,2	118,9	59,7	30,9	20,9	1680,2
1970/71	11,2	30,4	143,3	201,7	197,3	120,3	151,2	165,2	143,8	69,3	33,8	19,9	1287,5
1971/72	8,7	111,0	113,2	273,7	245,8	140,8	183,3	152,1	110,7	55,1	27,1	34,8	1456,2
1972/73	20,8	160,8	559,2	142,2	464,7	288,1	213,4	259,7	136,0	79,2	42,5	26,9	2393,5
1973/74	16,5	136,2	83,8	188,8	128,2	109,9	168,0	138,1	85,5	79,5	24,3	15,8	1174,5
1974/75	8,5	147,4	339,8	146,3	91,5	100,0	91,2	88,5	98,6	55,3	51,4	18,7	1237,4
1975/76	50,7	153,4	509,6	517,9	114,8	117,0	129,9	166,0	151,5	113,4	35,8	17,8	2077,9
1977/78	26,3	73,4	198,4	383,6	245,5	149,9	225,0	225,2	166,6	68,5	35,5	20,2	1818,1
1978/79	11,4	82,2	140,6	474,0	127,4	228,5	276,7	272,6	174,5	81,4	35,3	19,4	1924,1
1979/80	13,7	78,9	42,7	118,4	350,7	383,6	150,4	170,7	159,2	63,0	51,7	41,4	1624,4
1980/81	279,5	430,2	320,6	394,6	206,9	99,7	104,9	103,3	104,4	60,3	28,9	22,8	2156,0
1981/82	32,1	194,3	119,2	175,9	196,7	129,6	94,8	83,6	54,5	34,2	25,0	18,0	1157,9
1983/84	22,4	37,3	161,4	215,4	150,4	125,5	55,6	141,4	83,8	40,0	22,1	16,8	1072,1
1984/85	16,4	92,6	137,8	419,2	160,6	218,6	237,3	214,0	198,6	123,8	50,4	31,0	1900,3
1986/87	76,2	339,8	561,7	152,9	223,6	113,4	85,3	186,7	96,9	70,1	101,9	85,3	2093,8
1987/88	62,3	59,2	76,9	274,0	164,4	185,5	231,3	152,9	83,3	41,6	22,8	19,4	1373,6
1988/89	20,5	29,6	124,7	137,0	243,3	117,8	111,8	134,5	84,9	40,3	21,6	12,8	1078,8
1989/90	9,0	12,4	40,3	86,9	194,0	106,9	101,9	104,7	54,0	25,8	17,0	19,0	771,6
1990/91	40,0	78,9	48,8	50,7	88,2	233,7	100,8	65,5	35,3	20,3	14,5	12,6	789,3
1991/92	39,7	608,3	270,7	264,7	91,8	147,1	125,8	114,0	117,5	58,6	22,9	21,0	1882,1
1992/93	53,4	380,9	408,3	203,3	76,4	127,7	144,7	159,7	110,7	66,6	30,7	16,7	1779,1
1994/95	41,9	70,4	203,9	454,8	109,1	149,3	128,2	115,4	88,2	70,1	55,2	51,8	1538,4
1995/96	25,5	23,3	123,3	52,4	87,6	164,7	128,8	138,6	92,9	70,1	55,2	51,8	1014,3

En la Tabla N° 6, se han extraído aquellos años donde las aportaciones específicas superan las precipitaciones medias areales, debido a que se evidencia un error en la toma de datos y se estaría incorporando un elemento aditivo al error global de estimación.

El análisis de los modelos, a saber, Budyko $A = P * e^{(-K/P)}$; Turc-Pike $A = P - [P/(1 + (P/K)^{2,5})]$ y Pizarro $A = P [1 - e^{(-P/K)}]$, puede plantearse como una tarea

interesante, dado que dichos modelos deberían alcanzar importantes niveles de ajuste por su arquitectura matemática y porque responden a planteamientos físicos-hidrológicos.

Tras la estimación del parámetro K desconocido en cada fórmula, se estimó la aportación específica por medio de los tres modelos precipitación-escorrentía y para los respectivos períodos, como se explicita en la Tabla N° 7.

Tabla N° 7: Aportación específica anual (mm) estimada en la estación fluviométrica La Recova.

AÑOS	PERÍODO TOTAL			AÑOS SECOS			AÑOS HÚMEDOS		
	Budyko	Turc-Pike	Pizarro	Budyko	Turc-Pike	Pizarro	Budyko	Turc-Pike	Pizarro
1960/61	1110,2	1106,8	1059,3	1122,2	1123,9	1132,7			
1961/62	1428,8	1429,7	1421,6				1420,0	1416,3	1375,5
1962/63	665,7	654,1	578,6	676,4	669,8	632,6			
1964/65	806,9	798,1	726,3	818,0	814,5	788,0			
1967/68	918,0	911,4	846,2	929,5	928,0	913,0			
1968/69	459,8	443,7	376,3	469,4	458,0	416,6			
1969/70	1442,2	1443,3	1437,1				1433,4	1429,9	1390,8
1970/71	1285,8	1285,0	1258,2	1298,1	1302,3	1335,4			
1971/72	1407,5	1408,2	1397,3				1398,8	1394,8	1351,3
1972/73	2207,9	2215,8	2314,8				2198,5	2202,0	2267,8
1973/74	1160,7	1158,1	1116,2	1172,8	1175,2	1190,8			
1974/75	1266,4	1265,2	1236,0	1278,6	1282,5	1312,8			
1975/76	1867,2	1872,6	1925,7				1858,1	1858,9	1877,5
1977/78	1801,0	1805,8	1849,7				1791,9	1792,1	1801,5
1978/79	1828,7	1833,7	1881,5				1819,5	1820,0	1833,3
1979/80	1779,0	1783,6	1824,4				1769,9	1769,9	1776,2
1980/81	1893,9	1899,5	1956,4				1884,7	1885,8	1908,2
1981/82	1603,9	1606,8	1622,9				1594,9	1593,2	1575,4
1983/84	970,8	965,1	904,2	982,4	981,9	973,0			
1984/85	1865,2	1870,6	1923,5				1856,1	1856,9	1875,3
1986/87	2040,8	2047,6	2124,6				2031,6	2033,8	2076,8
1987/88	1487,5	1489,1	1489,1				1478,7	1475,7	1442,4
1988/89	1172,2	1169,8	1129,2	1184,3	1186,9	1204,1			
1989/90	946,7	940,6	877,7	958,3	957,3	945,5			
1990/91	792,2	783,2	710,6	803,3	799,5	771,6			

Tabla N° 7: Aportación específica anual (mm) estimada en la estación fluviométrica La Recova (Continuación).

AÑOS	PERÍODO TOTAL			AÑOS SECOS			AÑOS HÚMEDOS		
	Budyko	Turc-Pike	Pizarro	Budyko	Turc-Pike	Pizarro	Budyko	Turc-Pike	Pizarro
1991/92	1887,7	1893,2	1949,2				1878,5	1879,5	1901,0
1992/93	1716,3	1720,3	1752,3				1707,2	1706,7	1704,2
1994/95	1341,1	1341,0	1321,3	1353,5	1358,3	1399,3			
1995/96	1504,8	1506,6	1509,0				1496,0	1493,2	1462,1

6.5.- Pruebas y tests estadísticos.

6.5.1.- Coeficiente de determinación (R^2).

Para tratar de identificar qué modelo se ajusta mejor a los datos de la cuenca, una de las medidas aplicadas fue el coeficiente de determinación, pudiendo resumir las salidas a nivel mensual y anual para los períodos contemplados, en la Tabla N° 8. Es menester destacar que el valor del parámetro K para cada modelo se detalla en el Anexo IX.

6.5.2.- Error estándar de estimación (EEE).

Al igual que el valor del R^2 , el valor del EEE constituye una prueba analítica que conforma un elemento más para inferir de forma global tendencias en el comportamiento de los tres modelos de base física planteados en esta cuenca. Así, a nivel mensual y anual se obtuvo los valores del EEE presentados en la Tabla N° 8.

Tabla N° 8: Valor del coeficiente de determinación y error estándar de estimación, a nivel mensual y anual.

MES	MODELO	EEE			R ²		
		P.T.	A.S.	A.H.	P.T.	A.S.	A.H.
Abril	A	-	-	14,84	-	-	0,85
	B	19,19	369,20	11,98	0,82	0	0,85
	C	61,39	202,72	31,35	0,84	0	0,87
Mayo	A	44,44	106,46	55,37	0,20	0,27	0,01
	B	37,83	92,55	44,77	0,19	0,30	0
	C	122,86	294,32	130,83	0,27	0,40	0,08
Junio	A	36,26	66,24	30,89	0,26	0,56	0,25
	B	29,12	57,04	25,74	0,25	0,57	0,24
	C	74,89	218,14	52,58	0,27	0,65	0,25
Julio	A	24,11	36,54	41,57	0,11	0,55	0
	B	19,82	30,04	34,06	0,09	0,56	0
	C	53,61	84,41	96,01	0,14	0,59	0
Agosto	A	17,09	14,84	17,41	0,33	0	0,47
	B	9,76	12,40	15,28	0,32	0	0,46
	C	23,15	31,02	229,07	0,23	0	0,38
Septiembre	A	5,51	8,26	7,59	0,48	0	0,51
	B	10,46	11,27	80,78	0,47	0	0,51
	C	206,29	572,60	258,99	0,47	0	0,51
Octubre	A	-	4,19	-	-	0,39	-
	B	10,29	6,78	12,63	0	0	0
	C	72,62	248,93	-	0	0	-
Noviembre	A	-	-	-	-	-	-
	B	15,01	16,23	20,21	0	0	0
	C	75,81	-	104,46	-	0	-
Diciembre	A	-	-	-	-	-	-
	B	14,11	11,86	35,31	0	0	0
	C	57,99	-	128,51	-	-	-
Enero	A	-	-	-	-	-	-
	B	8,82	37,14	14,44	0	0	0
	C	-	22,29	41,33	0	0	0
Febrero	A	-	-	-	-	-	-
	B	16,59	3,69	49,45	0	0	0
	C	-	15,23	151,80	0	0	0
Marzo	A	-	-	-	-	-	-
	B	9,96	11,52	13,36	0	0,06	0
	C	-	32,95	40,62	0	0,08	0
ANUAL	A	62,39	50,57	25,67	0,8816	0,8967	0,6940
	B	52,56	41,69	24,17	0,8814	0,8866	0,6938
	C	175,53	100,11	54,41	0,8817	0,8872	0,6945

El guión (-) representa no ajuste de los modelos a las series de datos contempladas.

P.T. : Período total

A.S. : Período de años secos

A.H. : Período de años húmedos

A : Modelo Budyko

B : Modelo Turc-Pike

C : Modelo Pizarro

EEE = Error Estándar de Estimación

R² = Coeficiente de Determinación

6.5.3.- Test de concordancia de Bland y Altman (ACBA).

Tratando de individualizar e identificar el o los modelos que difieren del resto desde un punto de vista gráfico y estadístico (lograr un mejor ajuste), se aplicó también a nivel **anual**, el ACBA, pudiéndose resumir sus salidas analíticas en la Tabla N° 9 y en la Tabla N° 10.

Tabla N° 9: Coeficiente de determinación para las aportaciones específicas.

MODELOS	R ²		
	P. T.	A.S.	A.H.
Budyko	0,8816	0,8967	0,6940
Turc-Pike	0,8814	0,8866	0,6938
Pizarro	0,8817	0,8872	0,6945

R² = Coeficiente de determinación.

P.T. = Período total.

A.S. = Serie de años secos.

A.H. = Serie de años húmedos.

Tabla N° 10: Indicadores matemáticos resultantes del ACBA.

Modelos	Diferencia Promedio (*)			Límites de Confianza		
	P. T.	A.S.	A.H.	P. T.	A.S.	A.H.
Budyko	1,111 (170,934)	-18,419 (103,536)	-15,890 (217,219)	334,092 / -332,786	190,372 / -227,210	411,255 / -443,035
Turc-Pike	0,328 (173,400)	-28,768 (105,525)	-16,458 (217,931)	332,925 / -332,777	178,061 / -235,597	409,291 / -442,207
Pizarro	-5,600 (174,784)	-106,088 (106,526)	-15,795 (208,695)	334,414 / -347,564	96,843 / -309,019	393,247 / -424,837

(*) El valor entre paréntesis representa la desviación estándar de las diferencias (SD).

P.T. = Período total.

A.S. = Serie de años secos.

A.H. = Serie de años húmedos.

Dentro del mismo contexto anterior, la Figura 8 (a, b, c) muestra los resultados gráficos exploratorios del ACBA (datos observados), destacando que las curvas de colores verde, rojo y azul corresponden a los modelos de Budyko, Turc-Pike y Pizarro respectivamente. Mayores detalles gráficos de este análisis aplicado a nivel anual, se muestran en el Anexo VII.

Es menester destacar que, a nivel **mensual**, sólo se obtuvo salidas del valor de R^2 y EEE (Ver Tabla N° 8) y, representaciones gráficas del análisis exploratorio de datos (AED) presentadas en el Anexo VIII.

7.- ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

7.1.- La cuenca hidrográfica en estudio, las estaciones fluviométricas y pluviométricas y las series de datos.

El número de estaciones meteorológicas existentes a nivel regional no es la más adecuada, lo cual se refleja en la cantidad utilizada para estimar la precipitación media areal, ya que de 4 puntos de control pluviométrico, sólo se utilizaron 2 debido a la poca representatividad geográfica del resto (efecto orográfico de la zona en estudio). Producto de ello, fue también que a partir de los años 1991-1992 se comenzó con las instalaciones de nuevos puntos de medición distribuidos homogéneamente en la Región, acción gestionada principalmente por la D.G.A. regional.

Lo expuesto anteriormente, se ve fortalecido por la relación porcentual de representatividad física que mantienen las estaciones pluviométricas utilizadas en la estimación de precipitaciones medias areales que alcanzó un 33.06% para Embalse Bullileo y un 66.94% para Embalse Ancoa. Sin embargo, pese a no existir una suficiente densidad de estaciones en la Cordillera de los Andes, se considera y acepta dicha representatividad alcanzada, dentro del contexto en el cual se ha trabajado.

7.2.- Corrección y completación de la información pluviométrica y fluviométrica.

Con respecto a esta información, es menester destacar que un número considerable de estaciones a nivel regional no posee una antigüedad superior a 10 años, lo que condiciona considerablemente la cantidad de datos disponibles para la cuenca del Río Achibueno. Sin embargo, E. Ancoa y E. Bullileo, las estaciones pluviométricas consideradas, un número de años con información superior al promedio, lo cual permite asegurar que la metodología seguida para la obtención de la información considerada válida, es lógica y confiable, en un contexto hidrológico.

Asimismo, la selección de la información original y su posterior depuración estadística ha sido leve y acotada, por las recomendaciones que la bibliografía especializada aporta sobre el tema, como por ejemplo Cid *et al* (1990) y Gujarati (1992). Pese a ello, la principal dificultad que presentan las estaciones con registros de mayor magnitud en el tiempo es la existencia de lagunas (períodos sin datos), las que no dejan de ser considerables en ciertos casos particulares.

En los registros de años, no se aprecian grandes incongruencias. Esto se debe, en gran parte, a que esta información posee un manejo preliminar importante aplicado por el organismo encargado (D.G.A.). Así, las Tablas N° 16 y 17 (Ver Anexo II) muestran los modelos de regresión lineal simple transformados, para estimar datos de precipitación y caudal mensuales en las estaciones Embalse Ancoa (estimada con Embalse Bullileo) y La Recova (estimada con Embalse Ancoa en El Morro); éstos, cumplen todos los supuestos básicos de regresión, llegando a obtener por ejemplo, un valor del coeficiente de determinación de 0,817 y 0,852 para las estaciones La Recova y Embalse Ancoa. Lo anterior determina un buen nivel de ajuste de dichas regresiones, dado que se consigue una explicación de las variaciones hasta en un 85%. Además, los gráficos de consistencia (Curvas Doble Acumuladas), permiten comprobar la inexistencia de quiebres en la serie completada (Ver Anexo II).

Por otra parte, para la situación de la Cordillera de los Andes, aunque la altitud en la cual se ubica una estación esté debidamente identificada, se debe considerar que no siempre ésta representa a los sectores adyacentes, lo que se debería principalmente a que los lugares de medición se encuentran en lugares de relativo fácil acceso.

7.3.- Las Precipitaciones areales medias estimadas por el método Polígonos de Thiessen.

El método Polígonos de Thiessen, conforme a lo expuesto por autores como Ramírez (1998), constituye una buena herramienta de estimación de precipitaciones areales

medias para la cuenca estudiada, ya que su aplicación no presenta mayores complicaciones y sus resultados son confiables para datos de la VII Región. Además de la información pluviométrica, requiere para su ejecución sólo de la ubicación espacial de las estaciones (Ver Apéndice II). No requiere de una inversión excesiva de tiempo, ni de materiales. Debido a que se realiza una representación geométrica, los implementos necesarios para llevarlo a cabo son básicamente materiales de dibujo técnico, destacando la importancia de trabajar a una escala adecuada; incluso algunos Sistemas de información Geográfica (S.I.G.) ya lo han incorporado.

No obstante, entre los cuestionamientos a este método, están el que sólo considera la posición de las estaciones y una superficie de influencia para cada una de ellas en forma plana, no considerando las diferencias orográficas de la cuenca. También, asume que la precipitación de la estación es la precipitación de la zona representada, lo cual es a lo menos, cuestionable, porque hay un criterio geométrico que designa estas áreas. Además, en caso de agregar o cambiar la posición de una estación, cambia toda la distribución de superficies.

En el caso de este estudio, por la carencia de una red más densa de estaciones, sólo se logró trabajar con dos estaciones pluviométricas y una de ellas denota un peso muy relevante (66,94%) respecto a la otra. Ello debería ser mejorado, con las instalaciones de una nueva red.

7.4.- Análisis de los resultados de las pruebas estadísticas.

La aplicación de pruebas estadísticas a los modelos Budyko, Turc-Pike y Pizarro, arrojó diversos resultados en función del período de que se trató:

7.4.1.- Análisis del período total (P.T.).

Para las series de datos consideradas a nivel **anual**, el análisis de concordancia de Bland y Altman (ACBA) no arrojó grandes diferencias gráficas y matemáticas, como se

aprecia en la Figura 8a, en donde los residuos se comportan de forma muy parecida en las tres curvas. Lo anterior podría explicarse por la estructura matemática similar de las fórmulas utilizadas, destacando que éstas se componen de las mismas variables de entrada (precipitación, aportación específica y evapotranspiración potencial).

Además, en el Anexo VII se aprecia que los gráficos diferencias (DIF) v/s promedios (PROM) y valor observado v/s valor estimado para los tres modelos, son bastantes similares. Asimismo, en términos matemáticos puede inferirse a partir de la Tabla N° 10, que la diferencia promedio menor fue alcanzada por el modelo de Turc-Pike, mientras el mayor valor fue alcanzado por el modelo de Pizarro. Lo descrito anteriormente se ve corroborado por los resultados obtenidos por el R^2 y el EEE (Ver Tabla N° 8). Así, los valores de R^2 sobrepasaron un 69% en el peor de los casos, para los tres modelos, destacándose que no hubo grandes diferencias, en términos gráficos y analíticos. Por lo tanto, los ajustes se consideran aceptables respecto a los datos de la cuenca, si se asume que un modelo es mínimamente satisfactorio con un valor de explicación de la variación de las aportaciones, superior a 0,4.

El EEE es un valor de alta variabilidad, lo cual es función del nivel de datos con que se trabaja, mas bien que del nivel de ajuste. Así, en la Tabla N° 8 se muestra que el modelo de Pizarro presenta los valores más altos de error estándar de la estimación, seguido del modelo de Budyko y el de Turc-Pike.

La significancia estadística resultante de los componentes del modelo lineal descrito en la metodología para el ANDEVA, se presenta con mayor detalle en el Anexo X. Sin embargo, cabe mencionar que para el período total el efecto de los modelos no evidencia diferencia significativa (*valor "p" > 0,05*). Luego, en función de los resultados otorgados por las pruebas de bondad (en su conjunto), puede considerarse como mejor ajuste aquel presentado por el modelo de Turc-Pike.

Otro aspecto importante de abordar tiene relación con los resultados obtenidos a nivel **mensual**. Así, el análisis exploratorio de datos (Ver Anexo VIII), permite apreciar

que la forma de las tres curvas (en los casos donde se obtuvo cierto nivel de ajuste), a saber, de color verde el modelo Budyko, rojo el modelo Turc-Pike y azul el modelo Pizarro, difiere bastante del comportamiento general de la masa de puntos, especialmente en los meses de la estación más seca (Septiembre a Marzo). Esto explica la gran variabilidad y heterogeneidad de los datos que representan intervalos cortos de tiempo. Las afirmaciones anteriores se ven corroboradas por los valores de R^2 y EEE alcanzados (Ver Tabla N° 8).

En este marco, la Tabla N° 8 permite observar valores de R^2 muy disímiles para los tres modelos, que van desde 0% en la mayoría de los meses (especialmente aquellos *secos*), hasta un 84% alcanzado en el mes de Abril. Pese a ello, es menester destacar que este resultado particular (Abril) se explica por la existencia de un punto anómalo, además influyente (Ver Anexo VIII), ya que al no incorporarlo en la serie de datos, no se logra explicar la variación total de las aportaciones (R^2 igual a cero). Este punto influyente corresponde a la observación 279,5 mm de precipitación y 498,1 mm de aportación específica, registrado en el año 1980/1981. Su magnitud se debe quizás, al efecto del derretimiento de nieve en la estación seca o al origen pluvio-nival de las aguas.

En base a lo anterior, los *meses secos* presentan valores de R^2 casi nulos, mientras los *meses lluviosos* entregan cifras mayores, no sobrepasando un 50%.

7.4.2.- Análisis de los años secos (A.S.).

En términos **anuales** el ACBA, el R^2 y el EEE presentaron resultados gráficos y matemáticos similares para los tres modelos. Sin embargo, en los gráficos de residuos DIF v/s PROM y Valor Observado v/s Valor estimado (Ver Anexo VII), el modelo de Pizarro presenta un valor de diferencias promedios (dp) superior, situación reflejada matemáticamente en la Tabla N° 10.

Corroborando lo explicitado en el párrafo anterior, el ANDEVA presentó resultados que evidencian la existencia de diferencias significativas (Ver Tabla N° 22). Lo anterior se

ve fortalecido por los resultados arrojados por el *test de contrastes* aplicado (Ver Tabla N° 23), que explicita un *valor "p" igual a 0,0001*, menor al nivel de significancia utilizado ($\alpha = 0,05$).

Asimismo, para esta serie de datos y en virtud de los resultados globales obtenidos, se podría considerar como mejor ajuste, aquel presentado por el modelo de Budyko.

En términos **mensuales**, los resultados reflejan con mayor claridad todo lo expuesto en el epígrafe 7.4.1.

7.4.3.- Análisis de los años húmedos (A.H.).

A nivel **anual**, los resultados entregados por las pruebas de bondad de ajuste reflejan la no existencia de diferencias significativas para los tres modelos precipitación-aportación específica. Así, la Tabla N° 8 permite apreciar valores de R^2 y EEE bastante similares, que no permiten decidir tajantemente qué modelo detalla un mejor ajuste. Sin embargo, los gráficos y resultados matemáticos del ACBA presentados en la Tabla N° 10 y el Anexo VII, muestran un comportamiento mejor entregado por el modelo de Pizarro.

Asimismo, el ANDEVA presentado en el Anexo X (Ver Tabla N° 24) permite inferir lo mismo que el resto de las pruebas estadísticas. Luego, podría considerarse como mejor ajuste, en términos netamente gráficos y matemáticos, aquel presentado por el modelo de Pizarro, que consigue por ejemplo, explicar en un 69% la variación total de las aportaciones (Ver Tabla N° 8).

En términos **mensuales**, no se evidencia que el ajuste obtenido sea de real aporte y aplicación para estudios posteriores ligados a esta temática, razón fundamentada y discutida en el análisis de los períodos P.T. y A.S..

Pese a lo descrito en capítulos anteriores, al comparar las distintas series (A.S., A.H. y P.T.), puede destacarse que en términos generales se manifestaron mayores y menores diferencias en los A.H., mientras en el P.T. estas diferencias son más estrechas entre los tres modelos (Ver Tabla N° 10). Lo anterior refleja que mientras más larga es la serie de datos, mejores son los ajustes alcanzados. Ello podría deberse al hecho que al contar con un número mayor de datos, se refleja de mejor forma la base característica de estos modelos exponenciales, elemento que es muy difícil de apreciar cuando existen pocas muestras.

7.5.- Características de los modelos.

Lo que es notable destacar es la fuerte semejanza existente entre los resultados asociados a los tres modelos, siendo el modelo Pizarro el que presentó diferencias significativas (estadísticamente) en los A.S. y un poco más marcadas (no significativas estadísticamente) en el P.T.

En la aplicación de los modelos se debe considerar además, la facilidad y rapidez que presenta su manipulación y adquisición de parámetros de entrada que generalmente son medidas *in situ*, por lo cual y en función de los resultados obtenidos, su uso para un determinado estudio no debería presentar mayores inconvenientes. A partir del nivel de ajuste obtenido, se puede inferir que éstos presentan estimaciones de aportaciones aceptables, afirmación que se ve corroborada en la comparación porcentual presentada en la Tabla N° 11 y que es visible en el comportamiento de las curvas representadas en la Figura 9.

A pesar de obtener un valor máximo de 48% de sesgo porcentual puntual de estimación en los tres modelos durante el año 1995/1996 (Ver Tabla N° 11), existen diferencias absolutas para el mínimo durante los años 1970/1971 (Budyko y Turc-Pike) y 1974/1975 (Pizarro). Lo anterior se ve fortalecido por la tendencia general de las tres curvas con respecto a lo observado, donde es posible aseverar que en términos genéricos

Adicionalmente, los modelos de Budyko y Turc-Pike tienen origen en la ecuación reducida del balance hídrico, mientras el modelo de Pizarro proviene de la ecuación completa del balance hídrico.

Tabla N° 11: Comparación porcentual (%) entre valores observados y estimados (caso P.T.).

AÑOS	PERÍODO TOTAL						
	V. Obs.	Budyko	Δ (%)	Turc-Pike	Δ (%)	Pizarro	Δ (%)
1960/61	1156,1	1110,2	3,97	1106,8	4,26	1059,3	8,37
1961/62	1540,6	1428,8	7,26	1429,7	7,20	1421,6	7,72
1962/63	623,8	665,7	-6,72	654,1	-4,86	578,6	7,25
1964/65	747,9	806,9	-7,89	798,1	-6,71	726,3	2,89
1967/68	1117,3	918,0	17,84	911,4	18,43	846,2	24,26
1968/69	435,9	459,8	-5,48	443,7	-1,79	376,3	13,67
1969/70	1680,2	1442,2	14,16	1443,3	14,10	1437,1	14,47
1970/71	1287,5	1285,8	0,13	1285,0	0,19	1258,2	2,28
1971/72	1456,2	1407,5	3,34	1408,2	3,30	1397,3	4,04
1972/73	2393,5	2207,9	7,75	2215,8	7,42	2314,8	3,29
1973/74	1174,5	1160,7	1,17	1158,1	1,40	1116,2	4,96
1974/75	1237,4	1266,4	-2,34	1265,2	-2,25	1236,0	0,11
1975/76	2077,9	1867,2	10,14	1872,6	9,88	1925,7	7,32
1977/78	1818,1	1801,0	0,94	1805,8	0,68	1849,7	-1,74
1978/79	1924,1	1828,7	4,96	1833,7	4,70	1881,5	2,21
1979/80	1624,4	1779,0	-9,52	1783,6	-9,80	1824,4	-12,31
1980/81	2156,0	1893,9	12,16	1899,5	11,90	1956,4	9,26
1981/82	1157,9	1603,9	-38,52	1606,8	-38,77	1622,9	-40,16
1983/84	1072,1	970,8	9,45	965,1	9,98	904,2	15,66
1984/85	1900,3	1865,2	1,85	1870,6	1,56	1923,5	-1,22
1986/87	2093,8	2040,8	2,53	2047,6	2,21	2124,6	-1,47
1987/88	1373,6	1487,5	-8,29	1489,1	-8,41	1489,1	-8,41
1988/89	1078,8	1172,2	-8,66	1169,8	-8,44	1129,2	-4,67
1989/90	771,6	946,7	-22,69	940,6	-21,90	877,7	-13,75
1990/91	789,3	792,2	-0,37	783,2	0,77	710,6	9,97
1991/92	1882,1	1887,7	-0,30	1893,2	-0,59	1949,2	-3,57
1992/93	1779,1	1716,3	3,53	1720,3	3,31	1752,3	1,51
1994/95	1538,4	1341,1	12,83	1341,0	12,83	1321,3	14,11
1995/96	1014,3	1504,8	-48,36	1506,6	-48,54	1509,0	-48,77

Δ (%) : Variación porcentual anual entre lo observado y estimado.
V. Obs. : Valor observado de las aportaciones específicas.

En general, para la información anual considerada válida, los modelos analizados resultan ser aceptables, en cuanto a medidas del grado de ajuste, excepto el modelo de Pizarro para los A.S.. Por ello, a la hora de elegir (caso de A.H. y P.T.) puede aplicarse cualquiera de ellos a la luz de sus semejanzas en las estructuras matemáticas constituyentes. A la luz de lo anterior, se puede decir que los ajustes obtenidos son notoriamente de buena calidad, resultado no esperable totalmente.

Aunque las estimaciones de los modelos analizados, no fueron excelentes, los modelos de este tipo y/o su simplicidad dependen fuertemente de una alta densidad de puntos de medición, por lo que se considera un buen ajuste logrado dentro del marco de información con que se ha trabajado.

Finalmente, otro aspecto importante de analizar son los valores que asume la constante K para cada uno de los tres modelos en estudio. Los valores negativos obtenidos para ciertos períodos mensuales (Ver Anexo IX), es consecuencia de la heterogeneidad y variabilidad a la que se ha hecho mención. Esto señala que los modelos creados a partir de una base anual e interanual, no se ajustan bien a datos de un nivel inferior (por ejemplo, un día, mes, trimestre, etc.).

En términos generales se puede señalar que los valores de K son mayores en el modelo de Pizarro, tanto a nivel mensual como anual, mientras los más bajos corresponden al modelo de Turc-Pike. Lo anterior puede deberse más a una resultante del proceso estadístico de mínimos cuadrados, que a cierta condición hidrológica. Estas inferencias pueden apreciarse en la Tabla N° 12, en donde se percibe que el modelo Pizarro es mucho más sensible y variable en lo que respecta al parámetro K , dados los valores obtenidos.

Tabla N° 12: Valores máximos y mínimos obtenidos para el parámetro K.

MODELO	NIVEL	PERÍODOS					
		P.T.		A.S.		A.H.	
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
BUDYKO	Mensual					53,27	566,74
	Anual			335,13			361,14
TURC-PIKE	Mensual	0,02					491,05
	Anual			303,53			336,0
PIZARRO	Mensual	0,26					1373,69
	Anual			890,26			1126,82

8.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

8.1.- Conclusiones.

En función de los resultados obtenidos, es posible plantear las siguientes conclusiones:

- 1.- Los resultados obtenidos a nivel anual, permiten concluir que no existen grandes diferencias estadísticas y gráficas entre los distintos modelos analizados. Ahora bien, cada modelo propuesto presenta una mayor ductilidad y mejores resultados gráficos y matemáticos, dependiendo del período considerado (P.T., modelo Turc-Pike; A.H., modelo Pizarro y ; A.S., modelo Budyko).
- 2.- El análisis de la cuenca determinó que es muy difícil a nivel mensual modelar adecuadamente, y con tal número de datos. Así, no se consiguió una explicación satisfactoria de la variación de las aportaciones. Además, se verificó y determinó que no tiene sentido pretender ajustar los modelos a este nivel, ya que existe una altísima variabilidad y sensibilidad de los factores incidentes en el comportamiento de las precipitaciones y aportaciones.
- 3.- A nivel anual, los modelos utilizados ofrecen resultados que funcionan razonablemente en la zona preandina de la VII Región evaluada en este estudio (cuenca del Río Achibueno, estación La Recova), con un nivel de explicación de la variación de las aportaciones que alcanzó un 89% en el mejor de los casos, logrando en la mayoría de las situaciones superar un 69%.
- 4.- La utilización de los 3 modelos estimadores de aportaciones, no presenta notables diferencias en términos generales, tanto en lo relacionado a la complejidad y laboriosidad de cada uno en particular, como en los requisitos necesarios para su aplicación.
- 5.- Según el test de concordancia de Bland y Altman (ACBA), para el Período Total (P.T.) se manifiesta una leve diferencia (no significativa) entre los modelos, presentando un mejor ajuste el modelo de Turc-Pike; para los Años Secos (A.S.) se manifiesta una mayor

diferencia (significativa) entre ellos, presentando un mejor ajuste el modelo de Budyko; para los Años Húmedos (A.H.) se manifiesta también una leve diferencia (no significativa) entre los modelos, presentando un mejor ajuste el modelo de Pizarro.

Según el coeficiente de determinación (R^2), a nivel anual, para el Período Total, Años Secos y Húmedos, casi no se manifiestan diferencias entre los modelos, ya que este valor sólo varía a partir del cuarto decimal, en la mayoría de los casos.

Según el error estándar de estimación (EEE), a nivel anual, para los tres períodos en cuestión (P.T., A.S. y A.H.), casi no se manifiestan diferencias absolutas importantes, señalando eso sí que el modelo de Pizarro presentó valores más altos.

Según el análisis de varianza (ANDEVA), a nivel anual, para los tres períodos estudiados no se presentaron diferencias significativas, excepto en A.S. donde el modelo Pizarro arrojó un *valor "p"* de 0,0001 (diferencias estadísticas significativas).

6.- En función de las conclusiones 3, 4 y 5 se puede concluir que para la cuenca hidrográfica del Río Achibueno, la utilización o aplicación de cualquiera de los tres modelos en estudio es relativamente indiferente en cuanto a sus resultados, excepto el modelo Pizarro para el período de Años Secos (A.S.), es decir, en aquellos años donde las precipitaciones son menores a 1.716 mm.

7.- La hipótesis de trabajo planteada sólo logró ser corroborada parcialmente, dado que en la comparación de los modelos y en las distintas situaciones aplicadas no se detectaron, en términos generales, diferencias significativas.

8.2.- Recomendaciones.

Como guía para posteriores investigaciones a realizar a nivel local y regional, donde sea necesario disponer de los montos escurridos sobre una determinada cuenca, y considerando los modelos analizados en el presente estudio se puede recomendar:

- No se aconseja la utilización de cualquiera de los modelos precipitación-escorrentía estudiados, a un nivel inferior al anual; ello, porque existe mucha variabilidad en cuanto a precipitaciones y escorrentías generadas. Dado que la utilización de los modelos está condicionada principalmente por dos grandes factores, las condiciones del área de aplicación y los datos puntuales utilizados, se recomienda el empleo de cualquiera de los modelos a nivel anual, lo que se justifica con la no presencia de elementos extraños importantes en sus resultados (salvo para los años secos), no así en los requisitos particulares a nivel mensual. Asimismo, en la Tabla N° 13 se presenta un resumen de lo explicitado, como recomendación final del estudio hidrológico anual efectuado en la cuenca del Río Achibueno.

- Referente a la zona geográfica analizada y a la necesidad futura de estimación de las escorrentías en estudios particulares, donde no sea primordial disponer de registros demasiado extensos en el tiempo, es aconsejable la utilización de un mayor número de puntos de control, empleando para ello, en lo posible, aquellas de más reciente data; en este caso, se recomienda disponer de un mayor registro para poder calibrar y validar este tipo de modelos.

Tabla N° 13: Modelos recomendados para ser usados en la cuenca del Río Achibueno.

PERÍODO	MODELO	CONDICIÓN
PERÍODO TOTAL (P.T.)	Budyko : $A = P * e^{(-350,36/P)}$	$\forall P > 0 \text{ mm}$
	Turc-Pike : $A = P - [P/(1 + (P/321,85)^2)^{0.5}]$	$\forall P > 0 \text{ mm}$
	Pizarro : $A = P [1 - e^{(-P/1037,73)}]$	$\forall P > 0 \text{ mm}$
AÑOS SECOS (A.S.)	Budyko : $A = P * e^{(-335,13/P)}$	$\forall P < 1.716 \text{ mm}$
	Turc-Pike : $A = P - [P/(1 + (P/303,53)^2)^{0.5}]$	$\forall P < 1.716 \text{ mm}$
AÑOS HÚMEDOS (A.H.)	Budyko : $A = P * e^{(-361,14/P)}$	$\forall P \geq 1.716 \text{ mm}$
	Turc-Pike : $A = P - [P/(1 + (P/336,0)^2)^{0.5}]$	$\forall P \geq 1.716 \text{ mm}$
	Pizarro : $A = P [1 - e^{(-P/1126,82)}]$	$\forall P \geq 1.716 \text{ mm}$

- También es recomendable a nivel regional, continuar con la instalación de nuevos puntos de medición, acción que comenzó hace un par de décadas, por la D.G.A.. Esto, sobre todo en las áreas donde existe mayor carencia de datos, como lo es la zona alta de la cordillera andina, y donde las variaciones (temporales y espaciales) son más extremas y los montos precipitados y nevados son más elevados.

- Finalmente, y en este contexto, pudiera ser recomendable incorporar estos tres modelos, en los estudios que se desarrollan en los correspondientes organismos técnicos, con el objetivo de establecer leyes locales y regionales precipitación-escorrentía, además de otros modelos estimadores como son el de Coutagne, Peñuelas, Turc, etc. De esta manera, se podría conseguir una mejor y más variada estimación de las aportaciones que las cuencas generan; favoreciéndose una mejor gestión de los recursos hídricos, con el consiguiente beneficio para la Región y su desarrollo.

9.- BIBLIOGRAFÍA.

- ALTMAN, D. y BLAND, J. 1999. Statistical Methods in Medical Research. Measuring Agreement in Method Comparison Studies. Volume 8, Number 2. pp. 135-160.
- PLANETA EDITORES. 1992. Nueva Enciclopedia Temática-Planeta. Geografía. Editorial Planeta Chilena S. A. Santiago. Chile. 333 p.
- BARRERA, M., COWARD, A., GAJARDO, H. y SALAZAR, G. 1997. Rev. Méd. Chile. Análisis comparativo de métodos de evaluación de la composición corporal en varones adultos sanos. Volumen 125, Número 2. pp. 1335-1342.
- BLACK, P. 1991. Watershed hydrology. Prentice Hall. New Jersey, Estados Unidos. 480p.
- CEPEDA, R. 1982. Estudio Fluviométrico Río Achibueno. Asociación Canal Melado. Dpto. de Estudios y Planificación. Dirección General de Aguas, Ministerio de Obras Públicas. Santiago. Chile. 62 p.
- CHOW, V., MAIDMENT, D. y MAYS, L. 1994. Hidrología Aplicada. Mc. Graw-Hill. Bogotá. Colombia. 584 p.
- CID, L.; MORA, A. y VALENZUELA, M. 1990. Inferencia Estadística. Fac. Ciencias Dpto. de Matemática, Universidad de Concepción. Concepción Chile. Editorial Anibal Pinto S.A. 215 p.
- DUNN, G. y ROBERTS, C. 1999. Statistical Methods in Medical Research. Biostatistics Group. The Medical School. Modelling Method Comparison Data. Volume 8, Number 2. pp. 161-179.
- ESTRELA, T. 1992. Metodologías y recomendaciones para la evaluación de recursos hídricos. Centro de Estudios Hidrográficos, M.O.P.T.M.A. Madrid, España. 52p.
- ESTRELA, T. 1993. Modelos matemáticos para la evaluación de recursos hídricos. Centro de Estudios Hidrográficos, M.O.P.T.M.A. Madrid, España.
- ESTRELA, T.; FERRER, M. y ARDILES, L. 1995. Estimation of precipitation-runoff regional laws and runoff maps in Spain using a geographical information system. Proyecto FRIEND-AMHY, Centro de Estudios Hidrográficos, M.O.P.T.M.A. Madrid, España.
- FERNÁNDEZ, F. 1995. Manual de climatología aplicada. Clima, medio ambiente y planificación. Síntesis S. A. Madrid. España. 285 p.

- GUJARATI, D. 1992. *Econometría*. 2ª ed. Mc Graw-Hill Latinoamericana. D. F. México. 597 p.
- GUZMÁN, J. 1994. *Modelación Matemática de Caudales Recesivos para la Cuenca del Río Achibueno, Estación La Recova*. Tesis para optar al título de Ingeniería Forestal. Universidad de Talca. Talca. Chile. 125 p.
- HICKS, C. 1982. *Fundamental Concepts in the Desig of Experiments*. Saunders College Publishing. Chicago. 425 p.
- INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR. 1985. *Atlas geográfico de Chile para la Educación*. 1ª ed. Talleres Gráficos del Instituto Geográfico Militar. Santiago. Chile. 140 p.
- LINSLEY, R., KOHLER, M. y PAULHUS, J. 1988. *Hidrología para ingenieros*. 2ª ed. Mc Graw-Hill Latinoamericana. D. F. México. 386 p.
- LLAMAS, J. 1993. *Hidrología general. Principios y aplicaciones*. Editorial Universidad del País Vasco. Bilbao. España. 635 p.
- LUCERO, A. 1997. *Análisis probabilístico espacial y temporal de las precipitaciones pluviales anuales de la VII región*. Escuela de Ingeniería Forestal, Facultad de Recursos Naturales. Universidad de Talca. Talca. Chile. 69 p.
- MALBRÁN, F. y MARANGUNIC, C. 1989. *Recurrencia de Caudales Medios en el Río Achibueno. VII Región del Maule*. Geoestudios Ltda.. Santiago. Chile. 6 p.
- MENDENHALL, W. y REINMUTH, J. 1981. *Estadística para administración y economía*. Grupo Editorial Iberoamérica. D. F. México. 707 p.
- MONTGOMERY, D. y RUNGER, G. 1996. *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. Mc Graw-Hill Latinoamericana. D. F. México. 1009 p.
- MOP, DGA, Chile. 1988. *Exploración de los Recursos Hídricos Subterráneos, VII Región. Informe Final*. AC Ingenieros Consultores Ltda. Dpto. de Estudios y Planificación. Dirección General de Aguas, Ministerio de Obras Públicas. Santiago. Chile. 85 p.
- MOP, DGA, Chile. 1999. *Balance hídrico de Chile - 1987*. Dirección General de Aguas, Ministerio de Obras Públicas. Santiago. Chile. 50 p.
- MOPT, CEDEX, España. 1992. *Metodologías y recomendaciones para la evaluación de recursos hídricos*. Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas, Ministerio de Obras Públicas y Transporte. Madrid. España. 52 p.

- PEÑA, D. 1995. Estadística. Modelos y métodos. Modelos lineales y series temporales. Alianza editorial. Madrid. España. 745 p.
- PIZARRO, R. 1988. Elementos técnicos de hidrología II (Instructivos técnicos): Proyecto regional sobre uso y conservación de recursos hídricos en áreas rurales de América Latina y el Caribe. CONAF. IV Región. Chile. 109 p.
- PIZARRO, R. 1993. Elementos técnicos de hidrología III. Proyecto regional mayor sobre uso y conservación de recursos hídricos en áreas rurales de América Latina y el Caribe. Universidad de Talca. Talca. Chile. 135 p.
- PIZARRO, R. 1996. Análisis comparativo de modelos matemáticos precipitación-escorrentía en cuencas de la España peninsular. Departamento de Ingeniería Forestal, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid. España. 320 p.
- PIZARRO, R. y TORRES, I. 1998. Propuesta de un modelo matemático para la caracterización global del proceso precipitación-escorrentía en zonas semiáridas. En: Actas del I Congreso Latinoamericano IUFRO. Corporación Nacional Forestal, IUFRO. Valdivia, Chile.
- PONCE, V. 1989. Engineering Hydrology. Principles and Practices. Prentice Hall. New Jersey. Estados Unidos. 628 p.
- RAMIREZ, C. 1998. Análisis comparativo de modelos para la estimación de precipitaciones areales anuales en periodos extremos. Tesis para optar al título de Ingeniería Forestal. Universidad de Talca. Talca. Chile. 78 p.
- RAWLINGS, J. 1988. Applied Regression Analysis: A Research Tool. Wadsworth & Brooks. California. 553 p.
- SINGH, V. 1988. Hydrologic systems. Prentice Hall. Englewoods Cliffs. New Jersey. Estados Unidos. 2 vols.
- UNESCO, ROSTLAC. 1982. Guía metodológica para la elaboración del balance hídrico de América del Sur. Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la Unesco para América Latina y el Caribe. Montevideo. Uruguay. 130 p.
- UNESCO, 1996. Proyecto 1.1 del PHI-IV: Aplicación de métodos de análisis hidrológico a partir de conjuntos de datos regionales (Regímenes de Caudal de Series de Datos Experimentales Internacionales y de Red-FRIENDS en inglés). <http://www.unesco.org.uy/phi/wateresp/wat6/wat6-Proyec.html>.

APÉNDICES

APÉNDICE I

Ubicación geográfica de las estaciones seleccionadas
y, precipitaciones normales de las estaciones
pluviométricas.

Tabla N° 14: Estaciones fluviométricas y pluviométricas, ubicación geográfica (en grados y minutos) y sus precipitaciones normales.

ESTACIÓN		LONGITUD (° / min)	LATITUD (° / min)	ALTURA (m.s.n.m.)	PROMEDIOS NORMALES (mm)	UBICACIÓN GEOGRÁFICA
FLUVIOM.	PLUVIOM.					
R. Achibueno (La Recova) *		71 / 26	36 / 00	590	-	Cordillera de los Andes
R. Ancoa (El Morro)		71 / 18	35 / 54	200	-	Cordillera de los Andes
	Bullileo Embalse *	71 / 32	35 / 88	410	2.118,1	Cordillera de los Andes
	Ancoa Embalse *	71 / 19	35 / 53	410	1.633,3	Cordillera de los Andes
	Liguay	71 / 41	35 / 56	130	977,8	Valle Central
	Hornillo	71 / 07	35 / 51	760	2.213,0	Cordillera de los Andes

* Estación válida para el estudio.

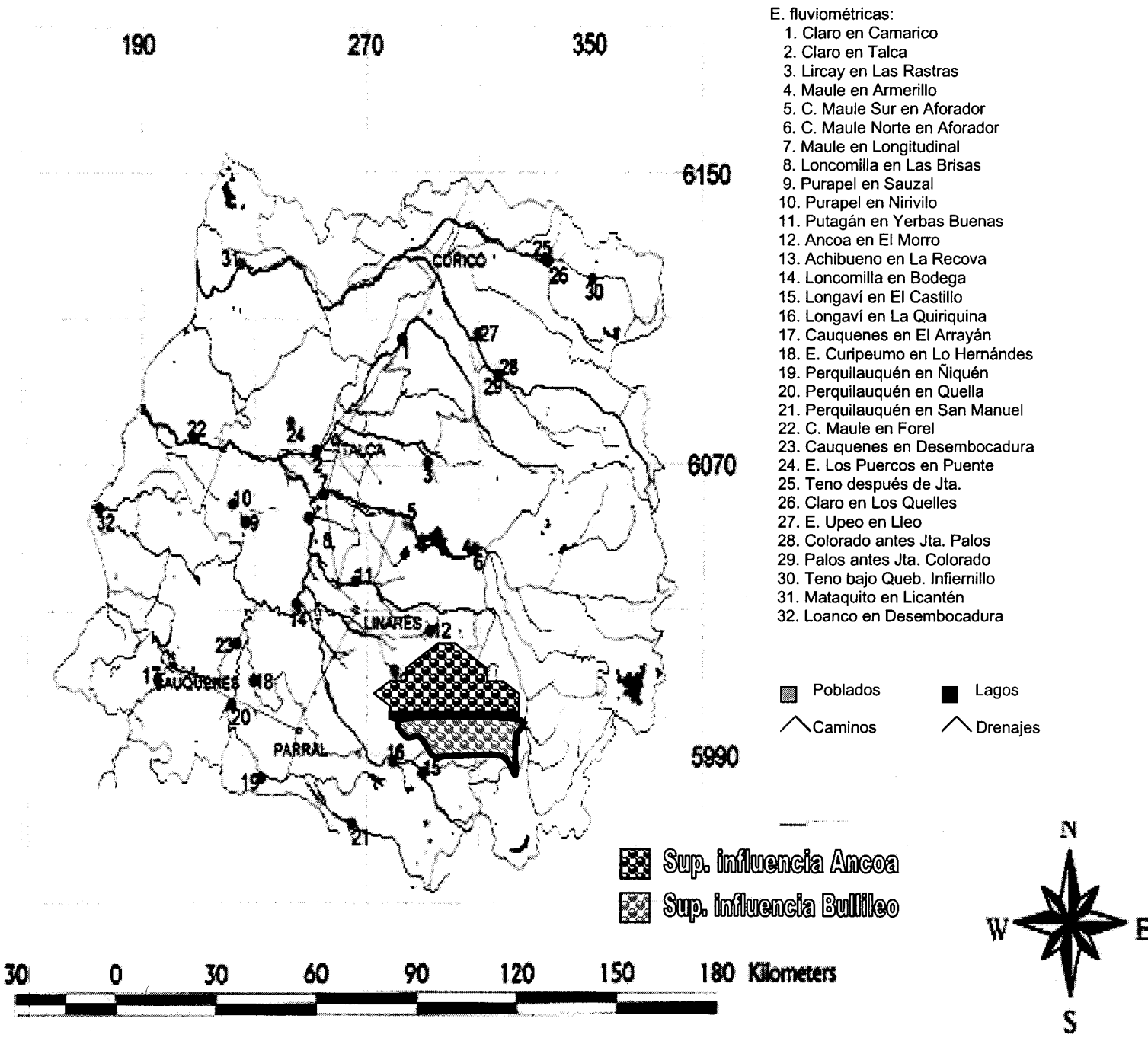
APÉNDICE II

Superficies de influencia de las estaciones pluviométricas (Polígonos de Thiessen).

Tabla N° 15: Superficies de influencia de cada estación pluviométrica (Polígonos de Thiessen).

ESTACIÓN PLUVIOMÉTRICA	SUPERFICIE DE INFLUENCIA (km²)	RELACIÓN PORCENTUAL (%)
Bullileo Embalse	311,727	33,06
Ancoa Embalse	631,273	66,94
TOTAL	943,0	100

Esquema Resultante de los Polígonos de Thiessen.

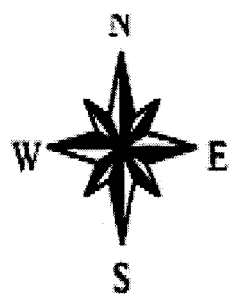


E. fluviométricas:

1. Claro en Camarico
2. Claro en Talca
3. Lircay en Las Rastras
4. Maule en Armerillo
5. C. Maule Sur en Aforador
6. C. Maule Norte en Aforador
7. Maule en Longitudinal
8. Loncomilla en Las Brisas
9. Purapel en Sauzal
10. Purapel en Nirivilo
11. Putagán en Yervas Buenas
12. Ancoa en El Morro
13. Achibueno en La Recova
14. Loncomilla en Bodega
15. Longaví en El Castillo
16. Longaví en La Quiriquina
17. Cauquenes en El Arrayán
18. E. Curipeumo en Lo Hernández
19. Perquilauquén en Ñiquén
20. Perquilauquén en Quella
21. Perquilauquén en San Manuel
22. C. Maule en Forel
23. Cauquenes en Desembocadura
24. E. Los Puercos en Puente
25. Teno después de Jta.
26. Claro en Los Quelles
27. E. Upeo en Lleo
28. Colorado antes Jta. Palos
29. Palos antes Jta. Colorado
30. Teno bajo Queb. Infernillo
31. Mataquito en Licantén
32. Loanco en Desembocadura

- Poblados
- Lagos
- Caminos
- Drenajes

- Sup. influencia Ancoa
- Sup. influencia Bullileo



ANEXOS

ANEXO I

Mapa con las estaciones meteorológicas existentes en
la VII Región.

ANEXO II

Ecuaciones de regresión lineal simple (precipitaciones y caudales mensuales) y, gráfica de consistencia entre estaciones vecinas (Curvas Doble Acumuladas).

Tabla N° 16: Modelo de regresión lineal simple que relaciona el caudal mensual entre la estación La Recova (Y) y Río Ancoa en El Morro (X).

MODELO REGRESIÓN	SUPUESTO EVALUADO	MÉTODOS EVALUADORES		REGLA DE DECISIÓN
		Gráficos (*)	Estadísticos	
Y = -6.977 + 2.803 * X (cp) n = 116	LINEALIDAD	Fig. 1: GRÁFICO DE "NUBE DE PUNTOS" DE LAS VARIABLES	(i) ANDEVA: v-p = 0,0 α = 0,05	Se acepta <u>asociación lineal</u> entre las variables
			(ii) COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN: R² = 0,82	
	HOMOCEDEAS-TICIDAD	Fig. 2: GRÁFICO DE RESIDUOS	(i) TEST "C" DE COCHRAN: v-p = 1,0 α/2 = 0,025	Se acepta el supuesto de <u>homocedasticidad</u>
		(ii) TEST DE GOLDFELD-QUANDT: Kc = 1,668 Kt = 1,730		
NO AUTOCORRELACIÓN (INDEPENDENCIA)	Fig. 3: GRÁFICO DE AUTOCORRELACIÓN ESTIMADA PARA RESIDUOS (2)	(i) TEST "d" DE DURBIN-WATSON: d = 2,101 d₁ = 1,653 d₅ = 1,690	Se acepta el supuesto de <u>no autocorrelación</u> (independencia)	

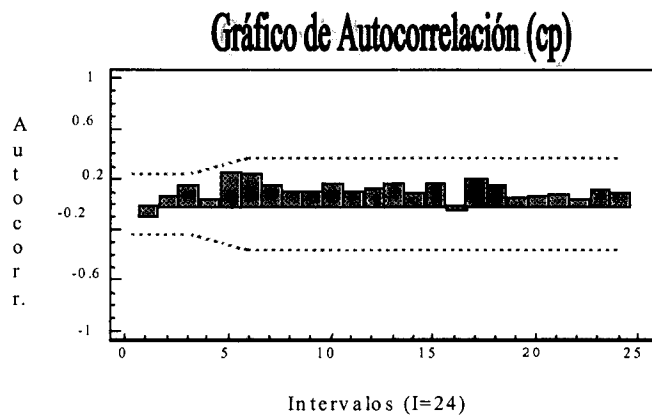
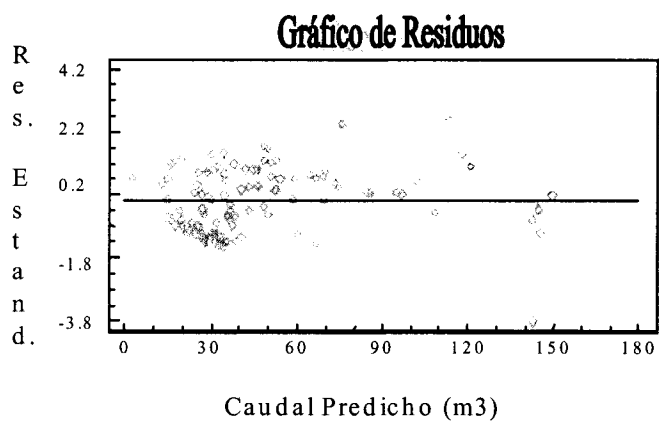
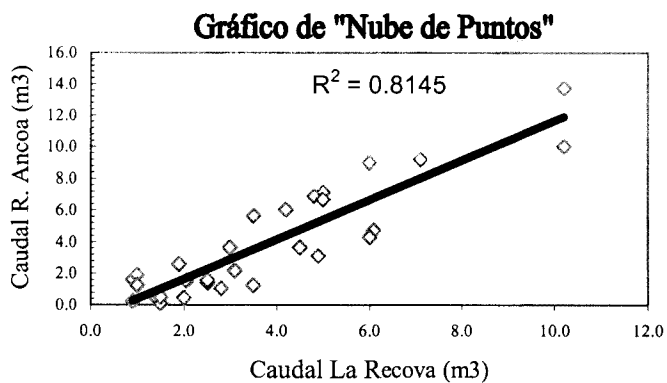
(*) Cada Figura (1, 2, 3) se presenta más adelante.
 (cp) Modelo de regresión lineal simple corregido a través del Método Iterativo.
 (2) Gráfico de autocorrelación de residuos con datos ya corregidos por el Método Iterativo.
 v-p : Valor "p" de cada test planteado.
 n : Número de pares de caudales mensuales utilizados.

Tabla N° 17: Modelo de regresión lineal simple que relaciona la precipitación mensual de la estación Embalse Ancoa (Y) y Embalse Bullileo (X).

MODELO REGRESIÓN	SUPUESTO EVALUADO	MÉTODOS EVALUADORES		REGLA DE DECISIÓN
		Gráficos (*)	Estadísticos	
$\log Y = -0.454 + 1.115 * \log X$ (ctl) $n = 287$	LINEALIDAD	Fig. 4: GRÁFICO DE "NUBE DE PUNTOS" DE LAS VARIABLES	(i) ANDEVA: $v-p = 0,0$ $\alpha = 0,05$ (ii) COEFICIENTE DE DETERMINACION: $R^2 = 0,85$	Se acepta <u>asociación lineal</u> entre las variables
	HOMOCEDEAS- TICIDAD	Fig. 5: GRÁFICO DE RESIDUOS (2)	(i) TEST "F" DE COCHRAN: $v-p = 0,231$ $\alpha/2 = 0,025$	Se acepta el supuesto de <u>homocedasticidad</u>
			(ii) TEST DE GOLDFELD-QUANDT: $K_c = 0,913$ $K_t = 1,435$	
NO AUTOCORRELACIÓN (INDEPENDENCIA)	Fig. 6: AUTOCORRELACION ESTIMADA PARA RESIDUOS	(i) TEST "d" DE DURBIN-WATSON: $d = 1,862$ $d_l = 1,653$ $d_s = 1,690$	Se acepta el supuesto de <u>no autocorrelación</u> (independencia)	

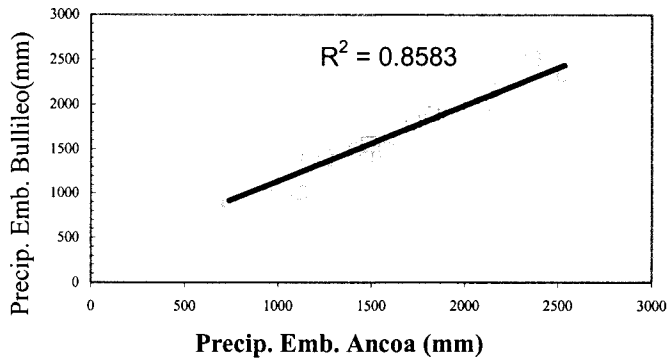
(*) Cada Figura (4, 5, 6) se presenta más adelante.
 (ctl) Modelo de regresión lineal simple corregido a través del Método Transformación Logarítmica.
 (2) Gráfico de regresión lineal simple corregido por el Método Transformación Logarítmica.
 v-p : Valor "p" de cada test planteado.
 n : Número de pares de precipitaciones mensuales utilizados.

Figuras 1, 2 y 3 mencionadas en la Tabla N° 16 precedente.



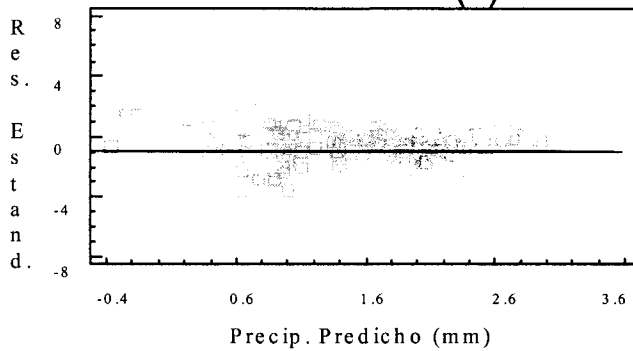
Figuras 4, 5 y 6 mencionadas en la Tabla N° 17 precedente.

Gráfico de "Nube de Puntos"



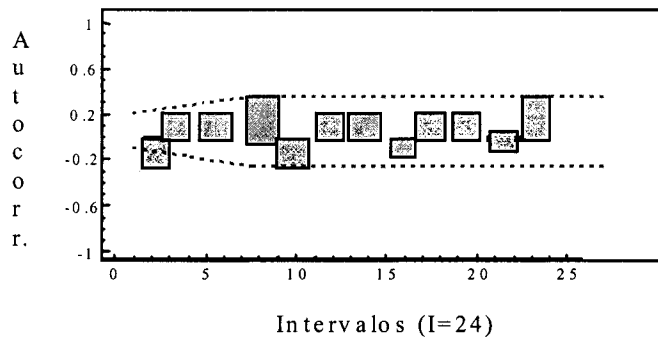
(4)

Gráfico de Residuos (ctl)



(5)

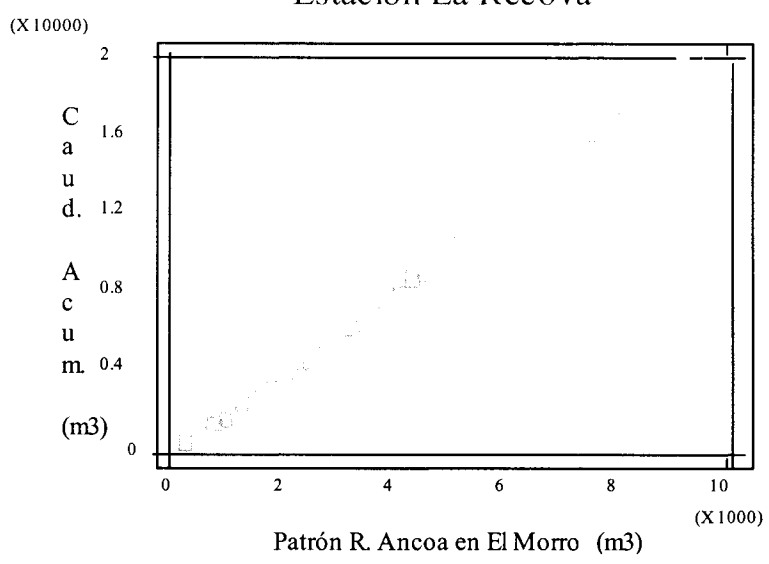
Gráfico de Autocorrelación



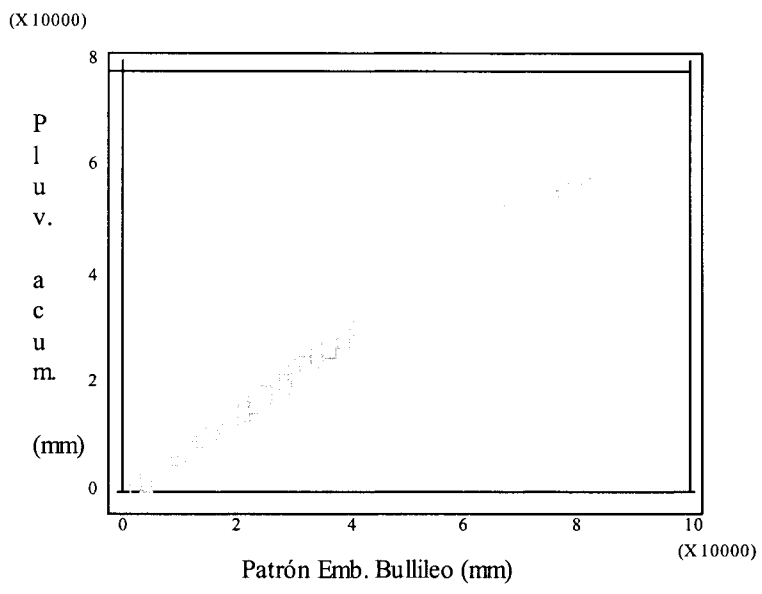
(6)

Curvas Doble Acumuladas.

Estación La Recova



Estación Emb. Ancoa



ANEXO III

Supuestos básicos evaluados en los modelos de regresión lineal simple que fueron utilizados para rellenar estadística fluviométrica y pluviométrica existente.

Tabla N° 18: Supuestos básicos evaluados en los modelos de regresión lineal simple utilizados para rellenar estadística fluviométrica y pluviométrica existente.

MODELO REGRESIÓN	SUPUESTO A EVALUAR	DÓCIMA DE HIPÓTESIS	MÉTODOS EVALUADORES		REGLA DE DECISIÓN
			Gráficos (*)	Estadísticos	
<p>$Y=a+b*X$ (.)</p> <p>$Y=a+b*X$ (cp)</p> <p>$\text{Log}Y=a+b*\text{Log}X$ (ctl)</p>	LINEALIDAD	<p>$H_0: b=0$ (coeficiente de regresión poblacional es cero)</p> <p>$H_a: b>0$ (coeficiente de regresión poblacional es mayor a cero)</p>	<p>✓ GRÁFICO DE "NUBE DE PUNTOS" DE LAS VARIABLES</p>	<p>(i) ANDEVA</p>	<p>Si v-p de $F_{(gln, gld)} \leq \alpha \Rightarrow$ rechazar H_0</p> <p>Si $R^2 > 0,77 \Rightarrow$ aceptar asociación lineal entre variables</p>
		<p>$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2$ (varianzas poblacionales son similares; homocedástica)</p> <p>$H_a: \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ (varianzas poblacionales difieren; heterocedástica)</p>		<p>✓ GRÁFICO DE RESIDUOS (residuo estandarizado v/s valor predicho)</p>	<p>(i) TEST "C" DE COCHRAN</p>
	<p>NO AUTOCORRELACIÓN (INDEPENDENCIA)</p>		<p>✓ AUTO-CORRELACIÓN ESTIMADA PARA RESIDUOS</p>		<p>(ii) TEST DE GOLDFELD-QUANDT</p>
<p>H_0: los residuos del modelo no son independientes</p> <p>H_a: los residuos del modelo son independientes</p>		<p>(i) TEST "d" DE DURBIN-WATSON</p>		<p>Ver Regla de Decisión explicitada en Anexo V (Tabla N° 19)</p>	

(*) Cada patrón gráfico-hipotético puede apreciarse en Anexo V.
 (.) Modelo de regresión inicial simple, aún sin corrección.
 (cp) Modelo de regresión corregido a través del Método Iterativo (Método p).
 (ctl) Modelo de regresión corregido a través del Método Transformación Logarítmica.
 v-p : Valor "p" asociado a cada test planteado en metodología.
 α : Nivel de significación.

ANEXO IV

Test de Goldfeld – Quandt.

Procedimiento (pasos) del test de Goldfeld-Quandt.

La prueba consiste en 7 pasos:

Paso 1: Construir una tabla con los datos de origen X e Y.

Paso 2: Ordenar los datos de menor a mayor según la magnitud de la variable X.

Paso 3: Omitir las “c” observaciones centrales ($c = n/3$, n: número de datos).

Paso 4: Ajustar 2 rectas de regresión lineal simple independientes (R_1 y R_2), donde R_1 y R_2 corresponden a los grupos de varianzas pequeñas y grandes, respectivamente.

Paso 5: Calcular la suma de cuadrados de los residuos de cada una de las rectas (SCR_1 y SCR_2).

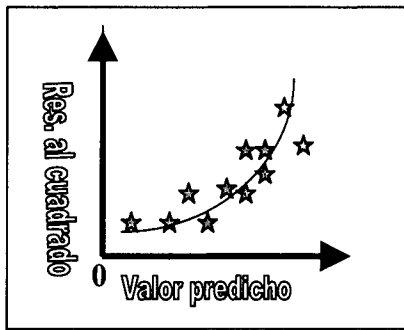
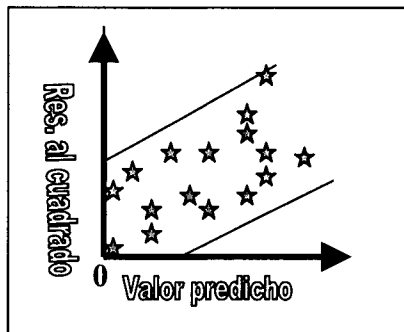
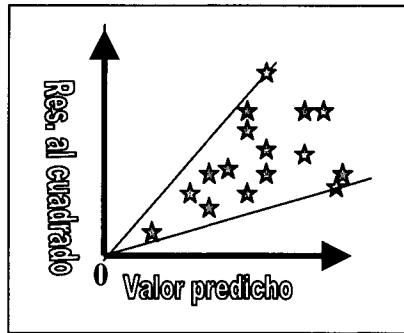
Paso 6: Calcular $k = (SCR_2/g.l.) / (SCR_1/g.l.)$. Este se distribuye como una prueba F de Snedecor con $[(n - c)/2 - 2]$ grados de libertad (g.l.) para el numerador y denominador.

Paso 7: Comparar el valor k de tabla con el k descrito anteriormente. Si $k(\text{tabla})$ es mayor a $k(\text{calculado})$, entonces para un nivel de confianza (95%), se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad.

ANEXO V

Patrones hipotéticos que permiten analizar los supuestos de regresión lineal simple.

Patrones gráficos-hipotéticos de los residuos al cuadrado
(evaluación de heterocedasticidad en función a lo detallado en el Anexo III).



Patrones gráficos-hipotéticos para evaluar los supuestos de regresión lineal detallados en el Anexo III.

Gráfico de Residuos

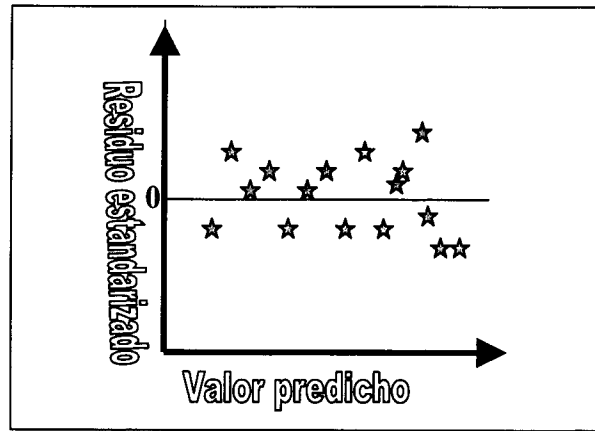
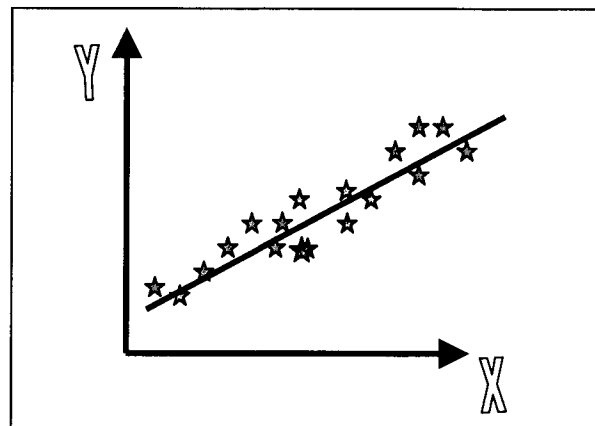
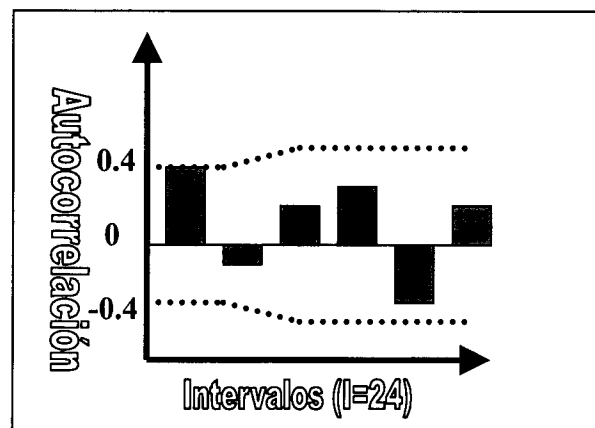


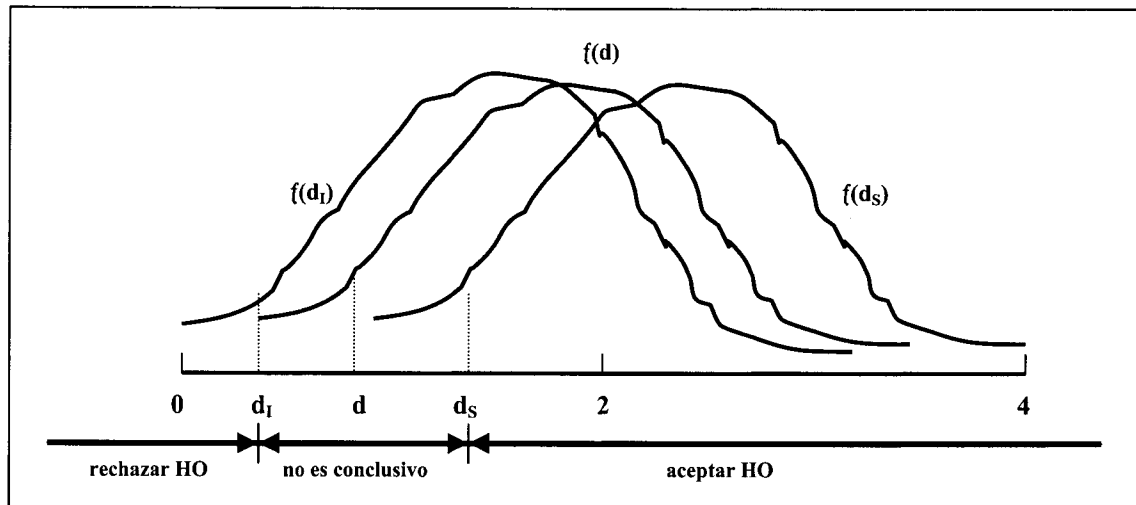
Gráfico de “Nube de Puntos” de las variables



Autocorrelación Estimada para Residuos



Esquema gráfico-hipotético representativo de la regla de decisión analítica para la prueba d de Durbin-Watson.



(Cid *et al*, 1990)

Tabla N° 19: Regla de decisión (analítica) de la prueba d de Durbin-Watson.

HIPÓTESIS NULA (HO)	DECISIÓN	Si
No existe autocorrelación positiva	Rechazar	$0 < d < d_1$
No existe autocorrelación positiva	No hay decisión	$d_1 \leq d \leq d_s$
No existe autocorrelación negativa	Rechazar	$4 - d_s < d < 4$
No existe correlación positiva	No hay decisión	$4 - d_s \leq d \leq 4 - d_1$
No existe autocorrelación Positiva o negativa	No rechazar	$d_s < d < 4 - d_s$

(Gujarati, 1992)

ANEXO VI

Procedimiento analítico del Método Iterativo o Método ρ .

Pasos del Método Iterativo.

Paso 1: Determinar ρ , donde $\rho = (1 - d/2)$, d : indicador matemático de Durbin – Watson.

Paso 2: Transformación de Variables:

Se tiene el modelo original (1) $Y_t = a + b X_t$.

Si la expresión (1) se cumple para t , también se cumple para $t - 1$.

Luego, se tiene la expresión (2) $Y_{t-1} = a + b X_{t-1}$.

Ahora, multiplicando (2) por ρ queda:

(3) $\rho Y_{t-1} = \rho a + \rho b X_{t-1}$.

Restando (1) con (3), se obtiene lo siguiente:

$Y_t^* = a^* + b^* X_t^*$

Donde: $a^* = a(1-\rho)$, $Y_t^* = (Y_t - \rho Y_{t-1})$, $X_t^* = (X_t - \rho X_{t-1})$.

Paso 3: Correr la regresión lineal Y_t^* v/s X_t^* .

Paso 4: Determinar los coeficientes de regresión originales (a y b); donde:

$$a = a^*/(1 - \rho) \text{ y } b = b^*$$

Paso 5: Verificar la no-autocorrelación de los modelos (Test de Durbin – Watson).

Si persiste este problema se debe iterar el procedimiento nuevamente, ya que existen modelos con autocorrelación mayor a primer orden.

Fuente : Cid *et al*, 1990;Gujarati,1992.

ANEXO VII

Resultados gráficos anuales del test de concordancia de
Bland y Altman.

ANEXO VIII

Resultados gráficos mensuales del análisis exploratorio de datos.

ANEXO IX

Valor de K (mensual y anual) estimado para los períodos estudiados (A.S., A.H. y P.T.).

Tabla N° 20: Valor del parámetros K y del coeficiente de determinación (R^2), estimados por los modelos precipitación-escorrentía estudiados.

MES	MODELO	K			R^2		
		P. T.	A.S.	A.H.	P. T.	A.S.	A.H.
Abril	A	-	-	277,14	-	-	0,85
	B	230,93	-189,84	233,60	0,82	0	0,85
	C	615,68	528,98	619,50	0,84	0	0,87
Mayo	A	537,51	352,26	566,74	0,20	0,27	0,01
	B	466,67	292,10	491,05	0,19	0,30	0
	C	1324,77	800,47	1373,69	0,27	0,40	0,08
Junio	A	278,46	532,33	159,76	0,26	0,56	0,25
	B	236,35	446,29	-140,55	0,25	0,57	0,24
	C	628,78	1216,90	404,62	0,27	0,65	0,25
Julio	A	304,28	193,0	363,13	0,11	0,55	0
	B	262,87	-166,0	319,35	0,09	0,56	0
	C	758,06	430,25	868,61	0,14	0,59	0
Agosto	A	62,66	81,71	53,27	0,33	0	0,47
	B	-53,31	72,24	-46,37	0,32	0	0,46
	C	194,50	262,16	162,75	0,23	0	0,38
Septiembre	A	-10,48	-18,44	-28,0	0,48	0	0,51
	B	0,02	-0,45	-0,21	0,47	0	0,51
	C	1,48	261,0	0,72	0,47	0	0,51
Octubre	A	-	-26,45	-	-	0,39	-
	B	-0,72	-226,0	-0,01	0	0	0
	C	0,50	2,76	-	0	0	-
Noviembre	A	-	-	-	-	-	-
	B	-0,74	-0,27	95,21	0	0	0
	C	-	0,41	-	-	0	-
Diciembre	A	-	-	-	-	-	-
	B	0,02	0,13	-0,11	0	0	0
	C	-	-	-	-	-	-
Enero	A	-	-	-	-	-	-
	B	-0,09	-1,36	238,02	0	0	0
	C	0,26	134,37	2,02	0	0	0
Febrero	A	-	-	-	-	-	-
	B	46,89	28,74	-73,76	0	0	0
	C	128,44	80,19	189,62	0	0	0
Marzo	A	-	-	-	-	-	-
	B	-79,42	-95,88	-52,21	0	0,06	0
	C	203,03	235,39	151,86	0	0,08	0
ANUAL	A	350,36	335,13	361,14	0,8816	0,8967	0,6940
	B	321,85	303,53	336,0	0,8814	0,8866	0,6938
	C	1037,73	890,26	1126,82	0,8817	0,8872	0,6945

A : Modelo Budyko

B : Modelo Turc-Pike

C : Modelo Pizarro

R^2 : Coeficiente de Determinación

K : Parámetro que estima la evapotranspiración potencial.

(-) : No ajuste de los modelos a las series de datos contempladas.

ANEXO X

Resultados del análisis de varianza (ANDEVA).

Tabla N° 21: Significancia estadística resultante del Análisis de Varianza aplicado al Período Total.

F. V.	SC	g.l.	CM	Valor "p"
Entre modelos	822,5	3	274,1	0,9916 NESE
Entre años	25.021.543,8	28	893.626,5	
Residual	678.594,5	84	8.078,5	
TOTAL	25.700.960,9	115		

NESE : No existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.

Tabla N° 22: Significancia estadística resultante del Análisis de Varianza aplicado al Período de Años Secos.

F. V.	SC	g.l.	CM	Valor "p"
Entre modelos	85.127,7	3	28.375,9	0,0001 **
Entre años	3.638.503,9	12	303.208,7	
Residual	101.261,6	36	2.812,8	
TOTAL	3.824.893,2	51		

** : Existe evidencia significativa para rechazar la hipótesis nula.

Tabla N° 23: Test de Contrastes para el Período de Años Secos.

Modelos	Estimación	g.l.	t-Student	Valor "p"
Obs - Budyko	-18,42	36	-0,89	0,3818 NESE
Obs - Turc Pike	-28,77	36	-1,38	0,1752 NESE
Obs - Pizarro	-106,09	36	-5,10	0,0001 **

** : Existe evidencia significativa para rechazar la hipótesis nula.

NESE : No existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.

Tabla N° 24: Significancia estadística resultante del Análisis de Varianza aplicado al Período de Años Húmedos.

F. V.	SC	g.l.	CM	Valor "p"
Entre modelos	3.094,4	3	1.031,5	0,9662 NESE
Entre años	4.312.271,9	15	287.484,8	
Residual	526.757,6	45	11.705,7	
TOTAL	4.842.123,9	63		

NESE : No existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.