

# **Calibración y validación de Modelos de Simulación Integral Hidrológica, en cuencas húmedas y semiáridas de Chile Central.**

## **Roberto Pizarro Tapia**

Dr. Ing., Ing. Forestal, Prof. Asociado Fac. de Ciencias Forestales, Universidad de Talca, Chile.

## **Manuel Soto Benavides**

Ingeniero Forestal, Centro Internacional del Agua para Zonas Áridas y Semiáridas de América Latina y el Caribe (CAZALAC)/PHI-UNESCO, La Serena, Chile.

## **César Farías Daza**

Ingeniero. Forestal, Personal Técnico Proyecto FONDECYT 1010590.

Se calibraron y validaron dos modelos de simulación integral de cuenca, Modelos T y Témez, para las cuencas del río Purapel, y del río Achibueno, en la VII Región del Maule, Chile. La calibración consideró el planteamiento original de los modelos, pero diferenciando parámetros para distintos meses o grupos de meses. La validación, se analizó en base a pruebas estadísticas no paramétricas. Así, los resultados muestran que, en general, un 82% y un 61% de la aportación de las cuencas de los ríos Purapel y Achibueno es explicada por los modelos Témez y T, respectivamente.

Se recomienda el modelo Témez de 8 parámetros para la cuenca del río Purapel y el modelo T de 24 parámetros para la cuenca del río Achibueno, como herramientas para la evaluación del recurso hídrico, ya que incluyen los principales procesos del ciclo hidrológico en su simulación y presentan un número de parámetros manejable.

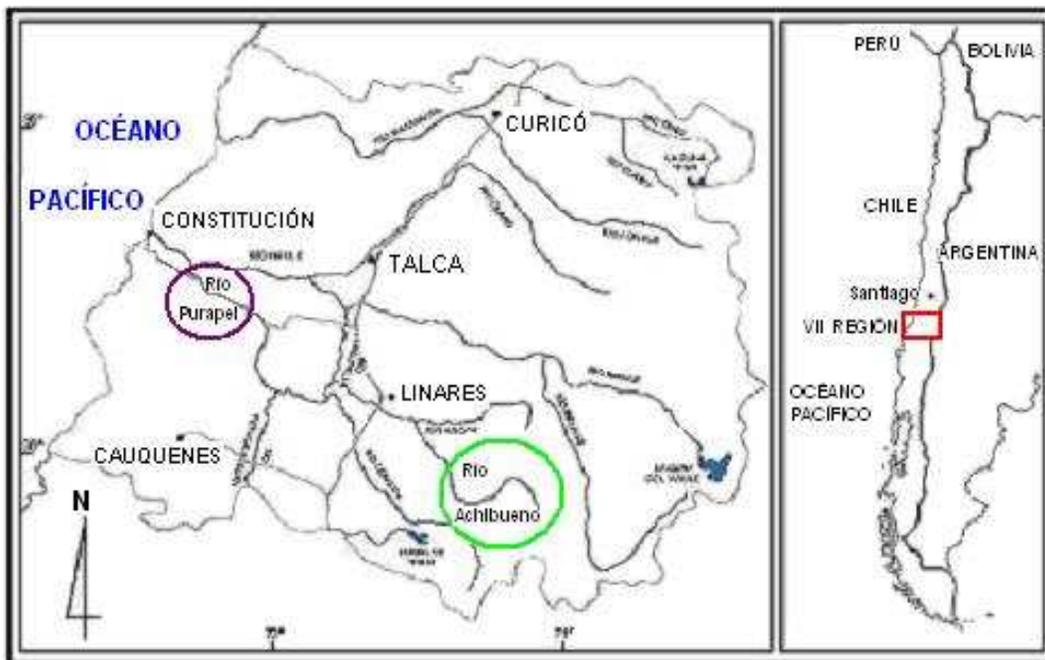
**Palabras claves:** Modelos de Simulación, Simulación Integral de Cuencas, Modelo T, Modelo Témez

En la VII Región del Maule, zona donde habitualmente se presenta la problemática del recurso hídrico, surge la necesidad de llevar a cabo una gestión adecuada de éste, considerando el crecimiento demográfico y la oferta natural de agua. Para ello, se hace necesaria la evaluación de las cuencas de la Región y la comprensión de los fenómenos hídricos al interior de éstas. En dicho proceso, los modelos matemáticos son herramientas fundamentales.

Dentro de los modelos matemáticos, los modelos de simulación integral de cuenca, son capaces de generar series de datos de aportación, a partir de datos meteorológicos. Dos conocidos modelos de simulación de este tipo, son el Modelo T (Carmona *et al*, 1990), y el Modelo Témez (Estrela, 1990 y Ruiz *et al*, 1996).

Así, esta investigación pretendió contribuir al conocimiento del Ciclo Hidrológico en las cuencas de los ríos Purapel y Achibueno, a partir de la calibración y validación, a nivel mensual, de los modelos precipitación escorrentía T y Témez.

**FIGURA 1.** Mapa de ubicación de la cuenca del río Purapel y río Achibueno en la VII Región del Maule, Chile.



## Metodología

Dentro de las fases metodológicas desarrolladas en la presente investigación, destacan la recopilación de la información (bibliográfica, cartográfica, meteorológica y fluviométrica), el proceso de la información (completación de datos faltantes y obtención de precipitaciones areales y aportaciones específicas) y principalmente, la Modelación matemática que contempló:

### Calibración

Se programaron y calibraron los modelos sobre una planilla electrónica, efectuándose el ajuste de los parámetros minimizando la sumatoria del cuadrado de las diferencias entre las aportaciones reales y las aportaciones calculadas, empleando 2/3 de la serie de datos disponibles. El problema de optimización, resultó ser el siguiente:

Sea

- $A_r : a_{r1}, \dots, a_{rn}$  : conjunto de aportaciones reales registradas (Cte.)  
 $A_c : a_{c1}, \dots, a_{cn}$  : conjunto de aportaciones calculadas  
 $P_1, \dots, P_n$  : precipitaciones areales medias (Cte.)  
 $ETP_1, \dots, ETP_n$  : evapotranspiraciones potenciales para la zona (Cte.)  
 $p_1, \dots, p_n$  : parámetros del Modelo  
 $k_1, \dots, k_p$  : valores máx. admisibles para los parámetros (Cte.)  
 $l_1, \dots, l_p$  : valores mín. admisibles para los parámetros (Cte.)

$A_c$  depende del valor de los parámetros dada la función (1):

$$A_c = f(P_1, \dots, P_p; ETR_1, \dots, ETP_p; p_1, \dots, p_p) \quad (1)$$

Luego, Función Objetivo (2) queda:

$$\text{mín } d^2(A_r, A_c) = \sum_{i=1}^n (A_{ri} - A_{ci})^2 \quad (2)$$

Sujeto a las restricciones (3) y (4):

$$P_1 \leq k_1; P_2 \leq k_2; \dots; P_p \leq k_p \quad (3)$$

$$P_1 \geq l_1; P_2 \geq l_2; \dots; P_p \geq l_p \quad (4)$$

### Validación

En esta fase se evaluó el ajuste brindado por los parámetros. Se observó que la variable aportación no mostró una distribución Normal, y dado que los resultados de pruebas que exigen este supuesto fundamental pierden toda consistencia estadística, se emplearon pruebas no paramétricas: Prueba U de Mann-Withney (Mason, 1995), y  $R^2$  (Llamas, 1993), Prueba de Kruskal-Wallis K-W (Taucher, 1997), en la cuenca del río Achibueno y Prueba Kolmogorov-Smirnov K-S, (Stell *et al*, 1980), en la cuenca del río Purapel.

### Variantes Introducidas a los Modelos

Se elaboraron modificaciones al planteamiento original diferenciándose los parámetros para distintos meses o grupos de meses, flexibilizando así la capacidad de ajuste de los modelos. De esta forma, en el caso del río Purapel el modelo Témez quedo con 8 parámetros, mientras que en el caso del río Achibueno el modelo T quedo con 24 parámetros.

### Modelo T

El modelo T fue propuesto originalmente en 1955; asume en el suelo de la cuenca una capacidad de almacenamiento de humedad ( $\Phi$ ). Dada una precipitación ( $P_i$ ) y una Evapotranspiración Potencial ( $ETP_i$ ) el almacenamiento de humedad al final del periodo viene dado por (5):

$$S_i = \begin{cases} \min(P_i - ETP_i + S_{i-1}; \Phi) & , \text{ si } P_i \geq ETP_i \\ S_{i-1} e^{-(ETP_i + P_i)/\Phi} & , \text{ si } P_i < ETP_i \end{cases} \quad (5)$$

Se producirá escorrentía ( $Q_i$ ) cuando la humedad total en el suelo exceda su capacidad de almacenamiento, siendo este excedente ( $T$ ), el que se expresa por (6):

$$T_i = \begin{cases} (P_i - ETP_i) + S_{i-1} - \Phi & , \text{ si } S_i = \Phi \\ 0 & , \text{ en otro caso } (S_i < \Phi) \end{cases} \quad (6)$$

Parte de este excedente constituye escorrentía durante el periodo siendo modelado por un parámetro ( $\lambda$ ), el cual expresa la proporción de agua que permanece en la cuenca. Así, la escorrentía para el período es (7):

$$Q_i = (1 - \lambda)(H_{i-1} + T_i) \quad (7)$$

y la humedad excedente al final del mes es (8):

$$H_i = \lambda(H_{i-1} + T_i) \quad (8)$$

El modelo así planteado contempla el ajuste de dos parámetros  $\Phi$  y  $\lambda$ .

### **Modelo Témez**

Este modelo, creado por Témez en 1977 y citado por Carmona *et al*, 1990, supone dividido el perfil del suelo en una zona superior insaturada, y otra inferior que se halla completamente saturada, asemejando su comportamiento a un embalse subterráneo que desagua en la red superficial. El agua precipitada (P), se divide en evapotranspiración (ET) y excedente (T), cuyo cálculo se efectúa según la siguiente ley (9):

$$T_i = \begin{cases} 0 & , \text{ si } P_i \leq P_0 \\ (P_i - P_0)^2 / (P_i - \delta_i - 2P_0) & , \text{ si } P_i > P_0 \end{cases} \quad (9)$$

donde previamente se necesita conocer (10) y (11):

$$\delta_i = H_{max} - S_{i-1} + ETP_i \quad (10)$$

$$P_0 = C \cdot (H_{max} - S_{i-1}) \quad (11)$$

La humedad en el suelo al final del mes está representada por (12),

$$S_i = \max \{0; -S_{i-1} + P_i - T_i - ETP_i\} \quad (12)$$

con una evapotranspiración real igual a (13):

$$ET_i = \min \{S_{i-1} + P_i - T_i; ETP_i\} \quad (13)$$

La ley de infiltración al acuífero es (14):

$$I_i = I_{max} * T_i / (T_i + I_{max}) \quad (14)$$

Esta infiltración se convierte en recarga (R) al acuífero, mientras la otra parte de T va a formar parte de la escorrentía superficial o directa (15).

$$E_i = T_i - I_i \quad (15)$$

Las ecuaciones que modelan el comportamiento del acuífero son (16) y (17):

$$V_i = V_{i-1} + R_i \quad (16)$$

$$Q_i = \alpha \cdot D_i \cdot V_i \quad (17)$$

El volumen de agua almacenado en el acuífero es (18):

$$V_{i-1} = V_i - Q_i \quad (18)$$

La aportación total se calcula como la aportación superficial más la aportación subterránea. Así, el modelo contempla el ajuste de 4 parámetros  $H_{max}$ , C,  $I_{máx}$  y  $\alpha$ .

## Resultados y Discusión

Los cuadros 1 y 2 muestran los resultados obtenidos en la calibración de los modelos Témez y T, respectivamente, para las cuencas del río Purapel y Achibueno. Durante la calibración se encontró el problema de existencia de abundantes mínimos locales, viéndose afectado el algoritmo de calibración por lo que se conoce como regiones de atracción múltiple (Estrela, 1988; Thyer *et al*, 1999, Lamb, R., 1999). Así, se optó por emplear numerosas combinaciones de valores iniciales para los parámetros, seleccionando aquella cuyo valor en su función objetivo resultó mínima (Ye *et al*, 1997).

CUADRO 1. Parámetros Modelo Témez, Cuenca Río Purapel.

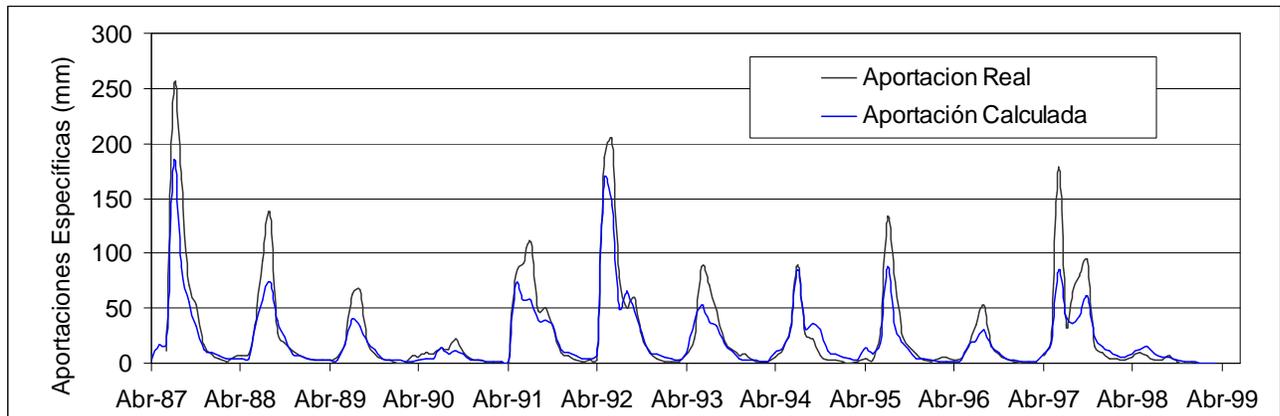
Parámetro	Hmax	Hmax <sub>s</sub>	C <sub>h</sub>	C <sub>s</sub>
Valor	339,2	293,0	0,01	0,67
Parámetro	Imax <sub>h</sub>	Imax <sub>s</sub>	$\alpha_h$	$\alpha_s$
Valor	1000	20,5	0,01	0,008

CUADRO 2. Parámetros Modelo T, Cuenca Río Achibueno.

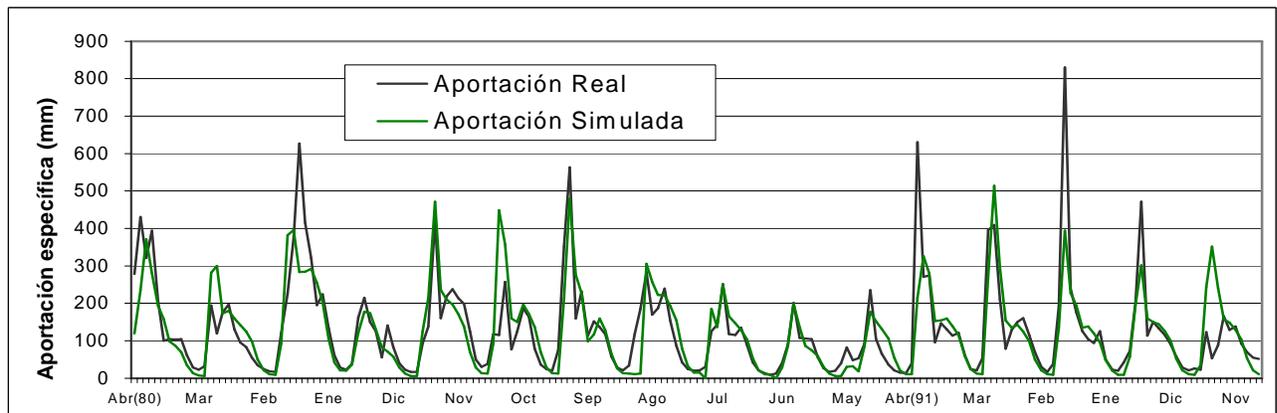
Parámetro	Abr	May	Jun	Jul
$\Phi$	317,17	103,04	228,41	421,75
$\lambda$	0,0001	0,6641	0,4631	0,3333
Parámetro	Ago	Sep	Oct	Nov
$\Phi$	254,97	126,05	1,0	33,26
$\lambda$	0,5666	0,6684	0,6883	0,6050
Parámetro	Dic	Ene	Feb	Mar
$\Phi$	41,59	600	188,93	600
$\lambda$	0,4778	0,4410	0,4861	0,4780

Las figuras 2 y 3 muestran las gráficas de aportaciones reales y simuladas para las cuencas de los ríos Purapel y Achibueno, construidas en cada caso para el modelo que presentó el mejor ajuste. Allí se aprecia la relación que guardan las aportaciones reales respecto de las simuladas y como estas últimas se asemejan presentando una fluctuación estacional.

**FIGURA 2.** Aportaciones específicas reales y simuladas, Modelo Témez, cuenca Río Purapel.



**FIGURA 3.** Aportaciones específicas reales y simuladas, Modelo T, cuenca Río Achibueno.



El cuadro 3, se muestra los resultados de las pruebas estadísticas sobre el modelo Témez en la cuenca del río Purapel. Se aprecia que, en términos generales, este modelo explica un 82% de la variabilidad mensual de la aportación, además de entregar resultados satisfactorios dada la aceptación de las pruebas de U de Mann-Whitney y de K-S.

**CUADRO 3.** Test de Bondad de Ajuste, Modelo Témez, Cuenca del río Purapel.

N° Datos	Coef, Det, ( $R^2$ )		U de Mann - Whitney			Kolmogorov - Smirnov		
	Calib.	Valid.	Estadístico	Ut	Conclusión	Estadístico	K-S d(95%)	Conclusión
136	0,77	0,82	0,13	$\pm 1,96$	Se Acepta Ho	0,10	0,16	Se Acepta Ho

En el cuadro 4, se muestran los resultados de las pruebas de bondad de ajuste del modelo T sobre la cuenca del río Achibueno. Tanto el test de comparación de medias U de Mann-Whitney, como el test de comparación de varianzas Kruskal-Wallis, arrojan como conclusión que no existen diferencias significativas entre la aportación real y la simulada. Por su parte, el valor de  $R^2$  expresa que sólo un 61% de la variabilidad de la aportación simulada, estaría siendo explicada por el modelo.

**CUADRO 4.** Test de Bondad de Ajuste, Modelo T, Cuenca del río Achibueno.

N° Datos	Coef, Det, ( $R^2$ )		U de Mann – Whitney			Kruskal - Wallis		
	Calib,	Valid,	Estadístico	Ut	Conclusión	Estadístico	X t(0,05)	Conclusión
192	0,71	0,61	0,48	$\pm 1,96$	Se Acepta Ho	1,43	3,84	Se Acepta Ho

## Conclusiones

- Los Modelos de Simulación Integral de Cuenca, modelo Témez (de 8 parámetros) y modelo T (de 24 parámetros), en general presentan aceptables niveles de ajuste. El modelo Témez explica un 81% de la variabilidad de la aportación mensual en la cuenca del río Purapel, mientras que el modelo T un 61% de la variabilidad de la aportación de la cuenca del río Achibueno.
- En la cuenca del Río Achibueno después de probar los dos Modelos de Simulación Integral de Cuenca, fue posible apreciar que aún el Modelo T, que presentó los mejores resultados, no fue capaz de modelar o representar ciertas etapas del ciclo hidrológico, como las precipitaciones en forma de nieve y los deshielos que ocurren en la primavera.
- Si bien en el presente estudio sólo dos Modelos de Simulación Integral de Cuenca han sido probados, se cree que a la luz de la tendencia de los resultados, los modelos que incorporen más componentes del ciclo hidrológico, particularmente la variable nieve y deshielo; más variables de estado; más parámetros a calibrar y una desagregación de los mismos, mostrarían ajustes más adecuados.
- Si se considera a los modelos matemáticos como herramientas fundamentales en la evaluación del ciclo hidrológico y que entre éstos, los Modelos de Simulación Integral de

Cuenca poseen la facultad de estimar series de aportaciones a partir de datos meteorológicos, resulta de gran utilidad el contar con modelos ajustados los cuales permitan completar series históricas de caudales y además, puedan servir de base en la planificación e implementación de acciones tendientes a una gestión adecuada a nivel de cuenca.

## **Agradecimientos**

Los autores agradecen al proyecto FONDECYT 1010590, la posibilidad de llevar a cabo esta investigación.

## **Literatura Citada**

- ▯ **Carmona A., Ayuso J. y Ayuso J. L.** (1990). “Estudio de algunos Modelos Determinísticos Lluvia-Escorrentía. Aplicación a una cuenca Real”. Centro de Estudios Hidrográficos, Ministerio de Obras Públicas Transportes y Medio Ambiente. Ingeniería civil N° 77. Madrid, España. pp. 13-28.
- ▯ **Estrela, T.** (1990). “ Los Modelos de Simulación Integral de Cuenca y su utilización en estudios de Recursos Hídricos”. Centro de Estudios Hidrográficos, Ministerio de Obras Públicas Transportes y Medio Ambiente. Ingeniería Civil N° 72. Madrid, España. pp.83-95.
- ▯ **Lamb, R.** (1999). “Calibration of a conceptual rainfall-runoff model for flood frequency estimation by continuous simulation”. Water Resources Research. Vol.35, N° 10. Pag. 3103-3114.
- ▯ **Llamas, J.** (1993). “Hidrología General, Principios y Aplicaciones”., Servicio Editorial Universidad del País Vasco. España. 635 p.
- ▯ **Mason, R. y Lind D.** (1995). “Estadística para administración y economía”. The University of Toledo, Ohio. U.S.A. Editorial Alfaomega. México. 911 p.
- ▯ **Ruiz, J. M., Estrela, T. y Quintas, L.** (1996). “Modelización hidrológica distribuida en el proyecto Guadiana. El Modelo SIMPA 1.0 (Sistema integrado modelación Precipitación-Aportación)”.
- ▯ **Stell R. and Torrie J.** (1980). “Principles and procedures of statistics”. McGraw-Hill Book Company. New York. U.S.A. 633 p.
- ▯ **Taucher, E.** (1997). "Bioestadística". Vicerrectoría de Asuntos Académicos y estudiantiles. Universidad de Chile. Editorial Universitaria. Santiago, Chile. 310 p.
- ▯ **Thyer M., Kuczera G. and Bates B.** (1999). "Probabilistic optimization for conceptual rainfall-runoff models: A comparison of the shuffled complex evolution and simulated annealing algorithms". Water Resources Research. Vol 35, N°3. Marzo 1999. Pag. 767-773.
- ▯ **Ye, W., Bates, B.C., Viney, N. R., Sivapalan, M. and Jakeman, A. J.** (1997). “Performance of conceptual rainfall-runoff models in low-yielding ephemeral catchments”. Water Resources Research. Vol.33, N° 1. Pag. 153-166.