



**UNIVERSIDAD DE TALCA**

**FACULTAD DE CIENCIAS FORESTALES  
ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL**

**ANÁLISIS Y EVALUACIÓN COMPARATIVA DE SIETE MODELOS  
PRECIPITACIÓN-ESCORRENTÍA (BUDYKO, COUTAGNE,  
GRUNSKY, PEÑUELAS, PIZARRO, TURC, TURC-PIKE), EN LA  
CUENCA DEL RÍO MALLECO, IX REGIÓN**



**FELIPE ARTURO SÁNCHEZ ARAVENA**  
Tesis para optar al grado de:  
**LICENCIADO EN CIENCIAS FORESTALES**

**Profesor Guía: Dr. Ing. ROBERTO PIZARRO TAPIA**

**Talca-Chile  
2001**



**UNIVERSIDAD DE TALCA  
FACULTAD DE CIENCIA FORESTALES  
ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL**

El alumno Sr. Felipe Arturo Sánchez Aravena, ha realizado la memoria: " Análisis y evaluación comparativa de siete modelos precipitación-escorrentía (Budyko, Coutagne, Grunsky, Peñuelas, Pizarro, Turc, Turc-Pike), en la cuenca del río Malleco, IX Región", como uno de los requisitos para optar al título de Ingeniero Forestal. El profesor guía es el Sr. Roberto Pizarro.

La comisión de calificación, constituida por el Sr. Roberto Pizarro Tapia y la Sra. Ursula Doll, evaluó la memoria con una nota de 7,0 (siete coma cero).

**MAURICIO PONE DONOSO  
DIRECTOR  
ESCUELA DE INGENIERÍA FORESTAL**

**TALCA, CHILE 2001**



## DEDICATORIA

A mis padres, Laureano y Angélica.

A mis hermanos, Alberto y María de los Angeles.

A mi familia y a mis amigos.



## AGRADECIMIENTOS

Los más sinceros agradecimientos van dirigidos a todas aquellas personas e instituciones que prestaron su ayuda desinteresada en la realización de esta memoria académica. Agradezco a:

- El profesor guía Dr. Ingeniero Roberto Pizarro Tapia quien fue un verdadero orientador y amigo durante toda esta investigación académica.
- Al personal técnico de la Dirección General de Aguas (D.G.A., IX Región), representado por en el Director de este organismo Sr. Francisco Díaz, además de la colaboración de la Sra. María Teresa Aravena en la facilitación de la información requerida.
- A las familias Matteo Guzmán y Riquelme Fuentes, quienes facilitaron la realización de esta memoria a través de los recursos básicos que fueron necesarios para ello.

Además de agradecer, a cuantos colaboraron con sus valiosos conocimientos y consejos en el desarrollo del presente estudio y cuyos nombres se han omitido involuntariamente.

## RESUMEN

Con la necesidad de ampliar el conocimiento sobre los modelos precipitación-escorrentía para contribuir al entendimiento del ciclo hidrológico, se verificó la posibilidad de aplicar siete modelos en la cuenca del Río Malleco, IX Región de la Araucanía.

Para ello, fueron recopilados registros de precipitación, escorrentía y temperatura. Luego, se determinó la naturaleza de cada uno de los modelos y se les clasificó en modelos Directos (Grunsky, Coutagne, Peñuelas y Turc) y en modelos Indirectos (Budyko, Turc-Pike y Pizarro).

De esta forma, a través del coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el error estándar de estimación (EEE), el test de concordancia de Bland y Altman y el análisis de varianza (ANDEVA), se comprobó cuál de los modelos estimaba de mejor manera el caudal medio anual de la cuenca del Río Malleco.

Es así como para los modelos directos, el mejor evaluado fue el modelo de Coutagne. El resto de ellos, sobrestimó en forma constante el valor real del caudal, principalmente el modelo de Turc, el cual no debe ser utilizado en esta cuenca. Para los modelos indirectos, el mejor evaluado fue el modelo de Pizarro, aun cuando la diferencia entre ellos no fue tan marcada como en los modelos directos.

Además, se compararon estudios realizados en otra cuenca con los resultados de esta memoria, comprobando así que los modelos indirectos, en la mayoría de los casos, generan mejores resultados que los directos. Sin embargo, en ninguno de los estudios estos modelos fueron validados para una serie de tiempo demasiado extensa.

Por último, se sugiere el uso de los modelos de Pizarro o Coutagne en la cuenca del río Malleco.

## SUMARY

According to the necessity of amplifying the knowledge about rainfall-runoff models to contribute to the understanding of the hydrologic cycle; the possibility of applying the seven models of the Malleco Reiver's basin of the 9<sup>th</sup> Araucania Region, was verified.

For this reason registres of rain, runoff and temperature were recopilated. Then, it was determinated the nature of each one of the models and they were clasified in the direct models (Grunsky, Coutagne, Peñuelas and Turc) and in indirect models (Budyko, Turc-Pike and Pizarro).

In this way, through the determination coeficient ( $R^2$ ), standard error of estimation (SEE), the concordance test of Bland and Altman and ANDEVA, it was proved which one of the models estimated the best way the annual average flow of the basin Malleco's River.

It is the way as the direct models, the best evaluated was the Coutagne model. The rest of them, overestimated in constantly way the real value of the flow, mainly the Turc model, which must not be used in this flow. For the indirects, the best evaluated was the Pizarro model, even when the diference between them it was not so evident as in the dierct models.

Furthermore, studies realized in others basin were compared with the results of this memory, proving in this way that the indirect models, in most cases, generate better results than the direct models. Nevertheless, in none of the studies these models were validated for a serie of time too extensive.

Finally, Pizarro and Coutagne models in the Malleco Reiver's flow are suggested

## INDICE

### 1.- INTRODUCCIÓN

### 2.- OBJETIVOS

- 2.1. Objetivo General
- 2.2. Objetivos Específicos

### 3.- ANTECEDENTES GENERALES

### 4.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

- 4.1. Modelos matemáticos en hidrología
- 4.2. Presentación conceptual de los modelos propuestos para esta memoria
  - 4.2.1. Modelos Indirectos
    - 4.2.1.1. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Budyko
    - 4.2.1.2. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Turc-Pike
    - 4.2.1.3. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Pizarro
  - 4.2.2. Modelos Directos
    - 4.2.2.1. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Grunsky
    - 4.2.2.2. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Peñuelas
    - 4.2.2.3. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Coutagne
    - 4.2.2.4. Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Turc
- 4.3. Estudios de relaciones precipitación-escorrentía realizados en Chile

### 5.- METODOLOGÍA

- 5.1. Marco General
- 5.2. Materiales y Métodos
- 5.3. Fases Metodológicas
  - 5.3.1. Revisión Bibliográfica
  - 5.3.2. Recopilación de la información pluviométrica, fluviométrica y termométrica
  - 5.3.3. Procesamiento de la información y completación de datos
    - 5.3.3.1. Supuestos de regresión lineal

- 5.3.3.2. Corrección del modelo
- 5.3.4. Cálculo de la precipitación media areal y de la aportación específica
- 5.3.5. Análisis estadístico de los modelos propuestos en esta memoria
  - 5.3.5.1. Calibración de los modelos indirectos
  - 5.3.5.2. Validación de los modelos directos
  - 5.3.5.3. Medidas de bondad de ajuste
- 5.3.6. Análisis y discusión de resultados
- 5.3.7. Conclusiones y recomendaciones

## **6.- PRESENTACIÓN DE RESULTADOS**

- 6.1. Completación de datos
- 6.2. Precipitaciones medias areales
- 6.3. Aportaciones específicas
- 6.4. Calibración de los modelos indirectos (valores de k)
- 6.5. Validación de los modelos directos
- 6.6. Medidas de bondad de ajuste
  - 6.6.1. Error estándar de estimación
  - 6.6.2. Coeficiente de determinación
  - 6.6.3. Test de concordancia de Bland y Altman
  - 6.6.4. Análisis de varianza

## **7.- ANÁLISIS DE RESULTADOS**

- 7.1. Completación de datos
- 7.2. Precipitaciones medias areales
- 7.3. Aportaciones específicas
- 7.4. Análisis de test y pruebas estadísticas para cada tipo de modelo en estudio
  - 7.4.1. Modelos Indirectos
  - 7.4.2. Modelos Directos
  - 7.4.3. Caracterización de ambos tipos de modelos

## **8.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

## **9.- BIBLIOGRAFÍA**

**APÉNDICES**

**ANEXOS**

## INDICE DE FIGURAS

**FIGURA N°1.** Mapa de la Novena región de la Araucanía

**FIGURA N°2.** Río Malleco (viaducto), Novena Región

**FIGURA N°3.** Representación de la curva  $Y=dA/dP$ , en función de  $X=A/P$ , para el modelo de Pizarro

**FIGURA N°4.** Representación de la curva  $Y = MA / MK = -X^2 \cdot e^{-X}$ , en función de  $X = P/K$ , para el modelo Pizarro

**FIGURA N°5.** Gráfico ejemplo de la no autocorrelación de los residuos

**FIGURA N°6.** Representación aproximada de los polígonos de Thiessen en la cuenca del río Malleco

**FIGURA N°7.** Representación hipotética del ACBA

**FIGURA N°8a.** Gráfico exploratorio anual de los modelos calibrados para el periodo total

**FIGURA N°8b.** Gráfico exploratorio anual de los modelos validados para el periodo total

**FIGURA N°9.** Distribución de las medias para cada modelo indirecto (b: Budyko; t: Turc-pike; p: Pizarro; r: Caudal observado)

**FIGURA N°10.** Distribución de las medias para cada modelo directo (g: Grunsky; p: Peñuelas; c: Coutagne; t: Turc; r: Caudal observado)

**FIGURA N°11.** Serie temporal (1976-1987) de precipitaciones anuales en mm para cada una de las estaciones evaluadas en este estudio

**FIGURA N°12.** Serie temporal de precipitaciones anuales en mm, para cada una de las estaciones, incluida la precipitación media areal obtenida en el estudio

**FIGURA N°13.** Serie temporal de precipitación media areal (mm) y aportación específica (mm) para el periodo de estudio

**FIGURA N°14.** Serie temporal de precipitaciones v/s aportaciones para el periodo total en mm, en Enero (a) y Abril (b).

## 1.- INTRODUCCIÓN

El agua es un recurso natural único, escaso, finito e indispensable para la vida, que cubre más de dos tercios de la superficie terrestre. Ésto representa un volumen total de 1.500 millones de km<sup>3</sup> distribuidos en un 97,5% en los océanos, un 1,76% en los casquetes de hielo y glaciares, y un 0,74% en lagos, ríos, pantanos, depósitos subterráneos, atmósfera y sistemas biológicos. Este último porcentaje significa en el planeta una superficie aproximada de 1.400 millones de km<sup>2</sup> de agua, de los cuales sólo 9.000 km<sup>2</sup> son utilizables anualmente para las necesidades de la población humana. Entre los años 1900 y 2000, el consumo de agua dulce ha aumentado diez veces a escala mundial, dado el incremento en el uso industrial (de 6% a 24%) y urbano (de 3% a 8%), a pesar que en la agricultura - la actividad que más consume agua dulce- el porcentaje disminuye significativamente, de un 90% a un 62% (D.G.A., 1999).

No hay duda que en este nuevo milenio, el agua continuará siendo el recurso natural más importante e imprescindible del planeta. Desde este punto de vista, resulta interesante conocer todos aquellos procesos por los cuales es posible almacenar, conducir y por sobre todo, estimar el recurso, en especial en momentos en que el desbalance climático ha pasado a constituir parte constante de diferentes territorios, y está demostrando que trabajar bajo condiciones extremas no sólo es ejemplificación de algunos textos, sino lo que a diario están viviendo millones de personas.

En este contexto, la determinación de las relaciones precipitación-escorrentía, resulta una herramienta en hidrología que permite hacer frente a diversas situaciones hídricas, las cuales por lo general están determinadas por las diversas necesidades humanas. Determinar qué cantidad de agua escurrirá por un determinado suelo, es un conocimiento esencial para atacar algunos problemas como lo es la susceptibilidad a la erosión, la oferta hídrica esperada para una determinada cuenca, el volumen de agua posible de ser embalsado, etc.



Aún más, no hay que olvidar la existencia de países que todavía están lejos de utilizar tecnologías de avanzada, por lo que contar con herramientas económicamente manejables, además de dúctiles, facilitarán la elaboración de trabajos, estudios, proyectos, etc. Quizás para algunos, este tipo de metodología ya se encuentre en el pasado o sea casi inutilizable, sin embargo, como conocimiento estará disponible para ser usada en cualquier momento del tiempo.

No obstante, antes de realizar todos estos análisis, es necesario evaluar algunos modelos que permitan realizar una adecuada estimación de la conversión de la precipitación en escorrentía. De lo anterior, surge el propósito de esta memoria, que es establecer el grado de aplicabilidad de siete modelos precipitación-escorrentía, propuestos por Budyko, Coutagne, Grunsky, Peñuelas, Pizarro, Turc y Turc-Pike, en una cuenca sometida a régimen natural de la novena Región. Además y sobre la base de los resultados obtenidos en esta memoria, se estará en condición de comparar los resultados generados por los mismos modelos aplicados a distintas cuencas de la VII Región de Chile.

## 2.- OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo General

- ❖ Ampliar el conocimiento de los modelos matemáticos que representan las relaciones precipitación-escorrentía, con el fin de contribuir al entendimiento del ciclo hidrológico en una cuenca de origen pluvio-nival de la cordillera de los Andes en la IX región.

### 2.2 Objetivos Específicos

- ❖ Verificar la factibilidad de aplicación de siete modelos precipitación-escorrentía, propuestos por los autores Budyko, Coutagne, Grunsky, Quintana (Peñuelas), Pizarro, Turc y Turc-Pike en la cuenca hidrográfica río Malleco (IX región).
- ❖ Comparar los resultados generados en este estudio, con resultados entregados por otros estudios realizados en la séptima región, en los cuales ya se han aplicado los modelos mencionados.

### 3.- ANTECEDENTES GENERALES

#### 3.1.- Zona de estudio.

La novena región o Región de la Araucanía (ver figura N°1), tiene una superficie de 31.858,4 km<sup>2</sup>, con una población estimada de 826.000 habitantes, generando una densidad poblacional de 24,3 hab/km<sup>2</sup>. Su capital es la ciudad de Temuco, la cual cuenta con una enorme actividad económica y comercial; de hecho, fue catalogada recientemente como la ciudad latinoamericana de mayor crecimiento en los últimos años. Tiene una división político administrativa que consta de dos provincias; la Provincia de Malleco, cuya capital es la ciudad de Angol, y la Provincia de Cautín, cuya capital es Temuco.



Figura N°1. Mapa de la Novena Región de la Araucanía.

Es precisamente en la provincia de Angol, donde se ubica la zona de estudio para esta memoria, específicamente en los 37° 53' latitud sur y 72° 25' longitud oeste, comuna de Collipulli. Ella corresponde a la cuenca hidrográfica del río Malleco (ver figura N°2), cuenca que se encuentra dentro de la hoya hidrográfica del Bío-Bío, la cual posee una

superficie de 24.029 km<sup>2</sup>, con un caudal medio de 900 m<sup>3</sup>/seg y que comprende el sector norte de la novena región y el extremo sur de la octava región. La cuenca del río Malleco por su parte, posee una superficie de 428 km<sup>2</sup> y tiene caudales promedios de 30 a 35 m<sup>3</sup>/seg.

La cuenca del río Malleco posee un clima mediterráneo de estación seca breve (menos de cuatro meses); este tipo de clima se localiza entre la cuenca del Laja y la del río Tolten y corresponde a un clima de transición entre el clima mediterráneo y el clima templado lluvioso de la zona climática que continúa hacia el sur.

En cuanto a la temperatura, los promedios anuales bajan paulatinamente y la amplitud térmica depende de la ubicación más o menos alejada de la influencia marina y de sus características orográficas, con relieves de mayor o menor altitud. La temperatura promedio oscila entre 11° C y 13°C.



**Figura N° 2. Río Malleco (viaducto), Novena Región.**

A su vez, las precipitaciones aumentan en esta zona en comparación con la zona norte de la Región; habitualmente, el monto de ellas supera los 1300 mm y el periodo de tiempo seco es inferior a los cuatro meses.



Dados los dos factores climáticos anteriormente señalados, es decir, las temperaturas moderadas y el alto grado de humedad, se origina el bosque caducifolio y el bosque de hoja perenne que se mantiene siempre verde. En este sentido las especies arbóreas son variadas; es así como se pueden encontrar: coigües, robles, raulíes, mañíos olivillos, peumos, lumas, radales, avellanos y canelos entre otros.

Por su parte, la fauna del sector está constituida por animales típicos del clima templado lluvioso, por lo que es posible encontrar diversos tipos de ranas y sapos, una gran variedad de coleópteros; aves como el chucao, el hues-hues, y en ocasiones el carpintero y la turca; roedores como la comadreja trompuda, y por último algunos felinos en los sectores altos como la guiña y el puma del sur.

## 4.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### 4.1.- Modelos matemáticos en hidrología

Con la potencia y rapidez de los sistemas informáticos modernos, con los avances de la investigación matemática, sobre todo con el dominio de la estadística y la de la investigación operacional, y por último, con los esfuerzos realizados durante los últimos decenios para aumentar y mejorar las muestras históricas, el *modelo matemático* ha llegado a ser la herramienta esencial del hidrólogo y del planificador de recursos hídricos (Llamas, 1993).

El mismo autor define el concepto *modelo* como la representación simplificada de un sistema complejo, ya sea bajo una forma física o matemática, en la cual las respuestas originadas por una serie de solicitaciones externas son difícilmente previsibles a causa precisamente del gran número de factores que entran en juego.

Llamas (1993), sostiene que si se define a **E** como las solicitaciones a las que el sistema está sometido, **S** como la imagen del sistema mismo y **R** como la respuesta del sistema, entonces la mayoría de los problemas en hidrología se podrían clasificar dentro de tres tipos:

- de **análisis**, cuando se conoce **E** y **S** y se busca la respuesta **R**;
- de **síntesis**, cuando se trata de encontrar la imagen del sistema **S** conociendo la solicitación **E** y la respuesta **R**;
- de **control**, cuando se utiliza la imagen **S** y la respuesta **R** para evaluar la solicitación **E**.

Además, Llamas (1993) hace hincapié en que la calidad de un modelo matemático, o su eficacia, radica básicamente en su capacidad para predecir uno de estos tres elementos, cuando se utilizan observaciones de los otros dos, las cuales han de ser distintas de las que sirvieron para identificar el modelo.

En ramas como la hidrología, la ecología, la hidráulica, etc., aun cuando no se pueda definir completamente la imagen del sistema, sí se conoce en cambio un gran número de sus componentes así como sus lazos estructurales. El grado de conocimiento de la imagen del sistema es un índice de fiabilidad de la respuesta y de la capacidad de predicción del modelo.

Analizando la complejidad que implica el proceso precipitación-escorrentía y dadas las complicadas interacciones que se dan en tal proceso hidrológico, Ward y Robinson (1989), citado por Pizarro (1996), afirman que el desarrollo de un modelo exitoso para la estimación de la escorrentía, independiente del tamaño de la cuenca, es un trabajo arduo y de gran esfuerzo.

Dentro de este contexto, el conocimiento de las relaciones precipitación-escorrentía se fundamenta principalmente en la extensa literatura técnica que de éste tema existe. Si bien es cierto, los resultados arrojados por los diferentes estudios encontrados en la literatura, distan mucho unos de otros (Pizarro y Torres, 1998), no es menos cierto, que ellos han significado el inicio para encontrar herramientas que garanticen resultados lo más cercanos a la realidad. Estas diferencias nacen, según Pizarro y Torres (1998), debido a la existencia de diversos tipos de modelos matemáticos, los cuales pueden ser directos (determinísticos, físicos o estocásticos) o modelos indirectos, de relaciones más complejas (empíricos, simulación).

Otro autor, como Estrela (1993), postula que los modelos matemáticos más utilizados en la evaluación de recursos hídricos son de tres tipos: *agregados*, *distribuidos* y *cuasidistribuidos*. Cada uno de ellos tiene su propia particularidad; los primeros, son aquellos que consideran la cuenca en forma global, es decir, a nivel macro y como un solo objetivo de utilización. Los segundos, son los modelos que todavía están siendo utilizados en el ámbito de investigación y éstos se caracterizan porque discretizan la cuenca en celdas homogéneas (a nivel micro), asumiendo una variabilidad espacial de las variables de entrada y salida y los parámetros considerados. Por último, se encuentran los modelos intermedios a los dos anteriores, los *cuasidistribuidos*, que en esencia, resultan de combinar un modelo agregado muchas veces, tantas como en subcuencas se divida la

zona de estudio.

Además, Estrela (1993), sostiene que los modelos matemáticos pueden dividirse en dos grandes grupos, los determinísticos y los estocásticos. Argumenta que en los primeros, las variables vienen determinadas por las leyes físicas consideradas como exactas y que explican toda su variabilidad, mientras que en los segundos las variables son regidas en todo o en parte por las leyes del azar, y por tanto caracterizadas en términos de probabilidad

Llamas (1993) clasifica de manera diferente los modelos matemáticos que existen en hidrología. Según este autor existen tres categorías de modelos para estimaciones hidrológicas, sobre todo en lo que respecta a las evapotranspiraciones, ellos son: los modelos directos, basados en medidas tomadas in situ; modelos analíticos o teóricos, basados en el balance hídrico o en balance energético; y por último, los modelos empíricos basados en el análisis estadístico de las observaciones.

A modo de ejemplo, Llamas (1993), describe que entre los métodos directos, el más utilizado es el método del lisímetro (receptáculo cilíndrico de diámetro aproximado de 1 metro y una altura de 2 metros); entre los teóricos, es posible mencionar el método de Bowen y Penman, este último utilizado para estimar la evapotranspiración potencial; y finalmente, los modelos empíricos, como el de Hamon, el de Thornthwaite y el método de Turc.

Según Chow (1994), los modelos hidrológicos pueden dividirse en dos categorías: modelos físicos y modelos abstractos. Los primeros incluyen modelos a *escala* que representan el sistema en una manera reducida y modelos *análogos*, que usan otro sistema físico con propiedades similares a las del prototipo. Por otro lado, Chow (1994), define los modelos abstractos como aquellos que representan el sistema en forma matemática, es decir, la operación del sistema se describe por medio de un conjunto de ecuaciones que relacionan las variables de entrada y salida.

Del mismo modo UNESCO-ROSTLAC (1982), citado por Marabolí (2000), manifiesta que los modelos directos son los más utilizados en investigaciones hidrológicas, ya que requieren de antecedentes disponibles en cada país.

Otra definición encontrada en la literatura técnica es la realizada por Black (1991) citado por Pizarro (1996). Él señala que los modelos en hidrología se pueden agrupar en determinísticos, físicos y probabilísticos o estocásticos. Los modelos físicos son aquellos que se asemejan a la realidad. Ellos han sido utilizados extensamente en investigaciones de laboratorio, para analizar relaciones precipitación-escorrentía; es más, son utilizados a menudo como la base para establecer relaciones fundamentales entre las entradas y las salidas de modelos específicos, los cuales son incorporados a modelos con mayor elaboración matemática e informática. Por otra parte, los modelos determinísticos, son aquellos que simulan los procesos físicos en la cuenca, transformando la precipitación en escorrentía; mientras que los estocásticos, son aquellos que toman en consideración la probabilidad de ocurrencia de las variables hidrológicas relacionadas al ecosistema.

Por último, Linsley *et al* (1988) diferencian los modelos deterministas y los estocásticos, aludiendo que los primeros suponen que la variabilidad en el tiempo está totalmente explicada por otras variables, al ser procesadas por un modelo apropiado; mientras que los modelos probabilísticos, no se interesan en la secuencia del tiempo, sino más bien en la probabilidad de que un fenómeno sea igualado o excedido.

Según Pizarro y Torres (1998), existen también las relaciones complejas. Ellas modelan detalladamente el ciclo hidrológico, sin embargo, requieren de un soporte informático de mayor magnitud que en otros casos. En este contexto, la utilización de modelos matemáticos simples que establecen relaciones precipitación-escorrentía, puede constituirse en una adecuada herramienta para conseguir explicaciones del fenómeno a escala anual. El lapso mensual difícilmente es explicado por estos modelos, en función de la alta variabilidad que esta escala posee. En este sentido, Bedient y Huber (1992), argumentan que las relaciones simples precipitación-escorrentía deberían ser utilizadas en estudios de planificación de recursos hídricos, sólo cuando se requiere de balances hídricos urgentes. De hecho, un detallado conocimiento de la magnitud y el tiempo de distribución de la precipitación y escorrentía se requieren para la mayoría de los estudios

de control y planificación de inundaciones, especialmente cuando se trata de aguas de distribución urbana.

En otro ámbito, Singh (1982), analiza los modelos empíricos en hidrología. Estos modelos se basan en establecer relaciones a partir de datos reales, advirtiendo que éstos no ayudan de la mejor manera a la comprensión física del modelo. Sin embargo, estos modelos poseen parámetros que pueden tener directa significación física, por lo cual pueden ser estudiados sólo utilizando datos de entrada y salida, es decir, precipitación y escorrentía.

Dentro de este grupo es posible clasificar las relaciones precipitación-escorrentía  $E = f(P, T)$ , donde P es la precipitación y T es la temperatura. Estas fórmulas no pueden más que ser aproximaciones a la realidad, dado que ellas no consideran una serie de aspectos importantes en el cálculo de la escorrentía (Remenieras, 1971).

Cabe señalar, que la aplicación teórica de los modelos en una determinada Región de Chile debe realizarse en forma cauta, pues las regiones consideradas para establecer estos modelos, difieren en distintos aspectos del caso chileno, es decir, se debe considerar cada una de las variables dentro de su propio entorno. Luego, los resultados pueden ser considerados como estimaciones sujetas a posibles errores, aun cuando muchas veces se apliquen por ser el único método que se puede utilizar.

En este sentido, Pizarro (1996) advierte que el primer paso a realizar es establecer, sin lugar a dudas, que existe una relación de algún tipo, entre el fenómeno de la precipitación caída sobre una cuenca y las escorrentías producidas. Sostiene además, que las escorrentías de forma directa e indirecta dependen de los niveles de agua caída, aun cuando se trate de diferentes períodos de análisis, argumentando con esto que siempre será válido intentar establecer relaciones que describan el comportamiento de procesos precipitación-escorrentía.

## 4.2.- Presentación conceptual de los modelos propuestos para esta memoria

Todos los modelos a trabajar en esta memoria, representan relaciones precipitación-escorrentía en un contexto físico, dado que su formulación matemática evita que en algún momento la precipitación se vea superada por la escorrentía (Pizarro y Torres, 1998). Estos modelos presentan las siguientes expresiones matemáticas:

|                      |   |
|----------------------|---|
| Modelo de Budyko:    | $Q = P * e^{(-ETP / P)}$  |
| Modelo de Coutagne:  | $Q = (P - E) * S / 31536000$  |
| Modelo de Grunsky:   | $Q = (0,4 * P^2) * S / 31536000$ ; para $P \leq 1,25$ metros<br>$Q = (P - E \text{ máx}) * S / 31536000$ ; para $P > 1,25$ metros |
| Modelo de Peñuelas:  | $Q = (0,5 * P^2) * S / 31536000$ ; para $P \leq 1,00$ metros<br>$Q = (P - E \text{ máx}) * S / 31536000$ ; para $P > 1,00$ metros |
| Modelo de Pizarro:   | $Q = P [ 1 - e^{(-P / ETP)} ]$  |
| Modelo de Turc:      | $Q = (P - E) * S / 31536000$  |
| Modelo de Turc-Pike: | $Q = P - [ P / ( 1 + \{P/ETP\}^2 )^{0,5} ]$   |

El estudio de estos modelos en Chile, se justifica porque han sido propuestos y aplicados en algunos casos, en especial los modelos Coutagne, Grunsky, Peñuelas y Turc (Pizarro, 1996), e incluso la Ley de Riego los ha recomendado. Aún más, el modelo de Turc es ampliamente utilizado por la DGA de la novena y décima Región del país. De igual forma, en los últimos años algunos de éstos han sido evaluados, especialmente en Europa, para ser recomendados en otros continentes (UNESCO, 1996).

### 4.2.1.- Modelos Indirectos

Serán definidos como indirectos los modelos Budyko, Turc-Pike y Pizarro, los cuales deben ser previamente ajustados (calibrados) para la obtención del parámetro k. Por otra parte, la ecuación del balance hídrico es la versión hidrológica del principio de conservación de masa o de la ecuación de la continuidad. Ésta dice que, para cualquier sistema considerado y durante cualquier período de tiempo, la diferencia de sus entradas

y salidas será igual al cambio de volumen de agua en él almacenado. El uso de esta ecuación implica medidas de flujo y almacenamiento de agua, aunque mediante una apropiada selección del espacio y del período de tiempo para la cual se realiza el balance, algunas pueden ser eliminadas.

Según Pizarro (1996), la ecuación completa del balance hídrico corresponde a la expresión  $P + R_i = A + E + R_f \pm \Delta R$ , donde P: cantidad de precipitación caída; A: escorrentías generadas; E: total de pérdidas (evapotranspiraciones acaecidas);  $R_i$  : reservas de agua al inicio del período; y  $R_f \pm \Delta R$ : a las reservas al final del período.

Esta ecuación puede simplificarse o hacerse más compleja dependiendo de la disponibilidad de datos, finalidad del cálculo, tamaño del territorio, duración del intervalo de tiempo del balance, etc. (Estrela, 1992)

Dentro de este contexto, Pizarro y Torres (1998), suponen que al considerar períodos largos en tiempo o estables en cuanto a volumen generado, el término  $\Delta R$  sería porcentualmente despreciable, originándose la **ecuación reducida del balance hídrico**, es decir,  $A = P - E$  (escorrentía igual a la precipitación menos el total de pérdidas ya definidas).

Lo anterior se fundamenta, en que los balances de agua medios se realizan habitualmente para un ciclo anual, lo cual resulta ser el problema de balance más simple al poder despreciarse el cambio de almacenamiento en el territorio  $\Delta R$ , que es difícil medir. A largo plazo el valor medio del mismo es porcentualmente poco importante y se asume como cero (Estrela, 1992). Por último, el mismo autor señala que la medida de los componentes de la ecuación de balance hídrico siempre lleva asociado este error; además, dicha ecuación no se satisface cuando sus componentes son estimados de forma independiente. Este error está compuesto por los errores en la determinación de los componentes considerados y los valores de otros componentes no tomados en cuenta para la forma particular de la ecuación. Por último, un valor bajo puede indicar que los componentes tienden a satisfacer la ecuación de balance, compensándose los errores asociados a cada uno de ellos.

#### 4.2.1.1.- Modelo precipitación–escorrentía propuesto por Budyko

Se basa en la ecuación reducida del balance hídrico y en la expresión de la evapotranspiración o pérdidas de agua, definida por Schreiber, a saber,  $E=P(1-e^{(-ETP/P)})$ .

El modelo matemático  $Q= P* e^{(-ETP/P)}$ , ETP representa la evapotranspiración, es una expresión propuesta por Budyko (1948), citada por Singh (1988) y Estrela (1995), basada en otra anterior de Schreiber (1904), la cual parte de la ecuación reducida del balance hídrico:  $A= P - E$  (la escorrentía es igual a la precipitación, menos el total de pérdidas ya definidas) (Pizarro y Torres, 1998).

#### 4.2.1.2.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Turc-Pike

Otra expresión que relaciona la evapotranspiración con la escorrentía es la de Turc-Pike, citada por Singh (1988) y Estrela (1995);

$$E = P / [ 0,9 + ( P / L )^2 ]^{0,5}$$

donde E= evapotranspiración real; P= precipitación media anual y  $L= 300 + 25T + 0,05T^3$ , siendo T la temperatura media anual, en grados Celsius (Pizarro,1996). A partir de esta expresión y basándose en la ecuación reducida del balance hídrico, Pike (1964), propone la siguiente ecuación:

$$Q = P - [ P / ( 1 + \{ P / ETP \}^2 )^{0,5} ]$$

donde  $L = ETP$ , siendo ETP evapotranspiración potencial, cambiado por Pike (1964) por el parámetro L de la ecuación original de Turc; más aún, Pike (1964), no usa el valor 0,9 inicial, sino el valor 1, para evitar que Q alcance resultados negativos (Pizarro y Torres, 1998).

#### 4.2.1.3.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Pizarro

Proponiendo un modelo basado conceptualmente en la ecuación completa del balance hídrico, Pizarro (1996), establece que la variación de la escorrentía respecto de la precipitación caída no sólo es función de ésta, sino que la escorrentía está conformada, además, por aguas almacenadas en la cuenca. El autor plantea que un incremento de la precipitación de valor  $\Delta P$  producirá un incremento de la escorrentía de valor  $\Delta A$ , obedeciendo a dos causas:

- un aporte directo que es función de la tasa de pérdida de las precipitaciones caídas;
- y un aporte indirecto, es decir, siempre la escorrentía tendrá una componente derivada de los aportes de aguas almacenadas previamente en la cuenca, aunque sea al nivel de diferenciales.

Siendo  $P$  la precipitación caída en la cuenca, y  $A$  la escorrentía generada, referidas ambas a un intervalo temporal determinado, con  $A=A(P)$  función diferenciable con continuidad, el balance hídrico anterior expresado en términos de incrementos, se define como (Pizarro y Torres, 1998):

$$\Delta A = \Delta P - \frac{P - A}{P} \cdot \Delta P + \frac{P - A}{P} \cdot \Delta P \cdot f(A, P) \quad (1)$$

Donde, los dos primeros términos del segundo miembro representan el **aporte directo** (incremento de la precipitación menos aquella parte del mismo que no ha escurrido), mientras que el tercero representa el **aporte indirecto** (donde un factor variable  $f(A, P)$  es aplicado sobre la precipitación no escurrida). Obsérvese que  $(P-A)/P$  es la tasa de pérdida de la cuenca.

Dividiendo (1) por  $\Delta P$  y pasando al límite cuando  $\Delta P \rightarrow 0$ , la ecuación diferencial queda de la siguiente manera:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} + \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot f(A, P) \quad (2)$$

Donde, la función  $f(A,P)$  cumple con ciertas condiciones generales:

- (i) **Regularidad y positividad:** comenzando por la hipótesis original, planteada para  $A=A(P)$ , entonces  $f(A,P)$  es una función diferenciable con continuidad;
- (ii) **Homogeneidad:** si la precipitación caída y la escorrentía generada varían en la misma proporción, el tercer término del segundo miembro de **(1)** no varía sustancialmente, lo que en términos matemáticos se representa por  $f(\lambda A, \lambda P) = f(A,P)$ . Por tanto,  $f$  ha de ser una función homogénea de grado 0, equivalente a decir que existe una función  $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f(A,P) = g(A/P)$ . De esta forma, la ecuación diferencial **(2)** queda:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} + \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) \quad (3)$$

- (iii) **Contorno:** sobre  $g$  debe verificarse que:

$$\lim_{\frac{A}{P} \rightarrow 0} \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) = 0 \Rightarrow g(0) = 0 \quad y$$

$$\lim_{\frac{A}{P} \rightarrow 1} \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) = 0$$

- (iv) **Monotonía:** es de esperar un aumento de la escorrentía al aumentar la tasa de pérdida  $(P-A)/P$  en el aporte indirecto, es decir,  $g$  ha de ser una función monótona creciente de esta tasa de pérdida. Así, un aumento de la precipitación implica aumento de la escorrentía, vale decir,  $A=A(P)$  también ha de ser una función monótona creciente, lo que se traduce en que la ecuación diferencial **(3)** es mayor e igual a cero, o sea:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} + \left(1 - \frac{P}{A}\right) \cdot g\left(\frac{A}{P}\right) \geq 0$$

Transformando  $Z=A/P$ , se obtiene la solución general de la ecuación **(3)**, ya que es homogénea y de primer orden, es decir:

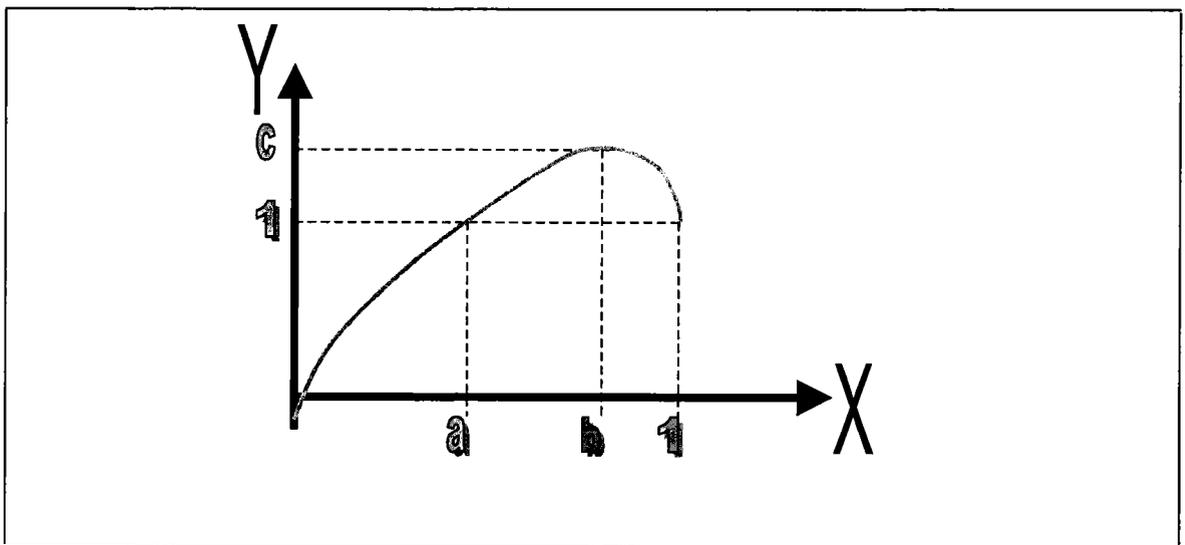
$$\ln P = \int \frac{1/(1-z)}{g(z)} dz + \ln k$$

Donde,  $k$  es un parámetro positivo.

Para resolver la integral anterior, es necesario elegir una función  $g$  que verifique las condiciones explicitadas. De esta manera, haciendo  $g(z) = -\ln(1-z)$  definida en  $0 \leq z \leq 1$  que verifica todas las condiciones establecidas y sustituyendo en la ecuación (3), queda:

$$\frac{dA}{dP} = \frac{A}{P} - \left(1 - \frac{A}{P}\right) \cdot \ln\left(1 - \frac{A}{P}\right) \quad (5)$$

Antes de calcular la integral que da solución a la ecuación (5), es conveniente analizar el segundo miembro de ella. Haciendo  $x = A/P$  y representando en la Figura 3 la curva  $y = x - (1-x) \cdot \ln(1-x)$ , se observa un intervalo crítico  $(a,1)$  del eje  $x = A/P$ , con  $a=0.632121$ , en el cual la escorrentía aumenta más que proporcionalmente al aumentar la precipitación, alcanzando el límite máximo en la coordenada  $(b,c)$ , con  $b=0.864665$  y  $c=1+e^{-2} = 1.135335$  (Pizarro y Torres, 1998).



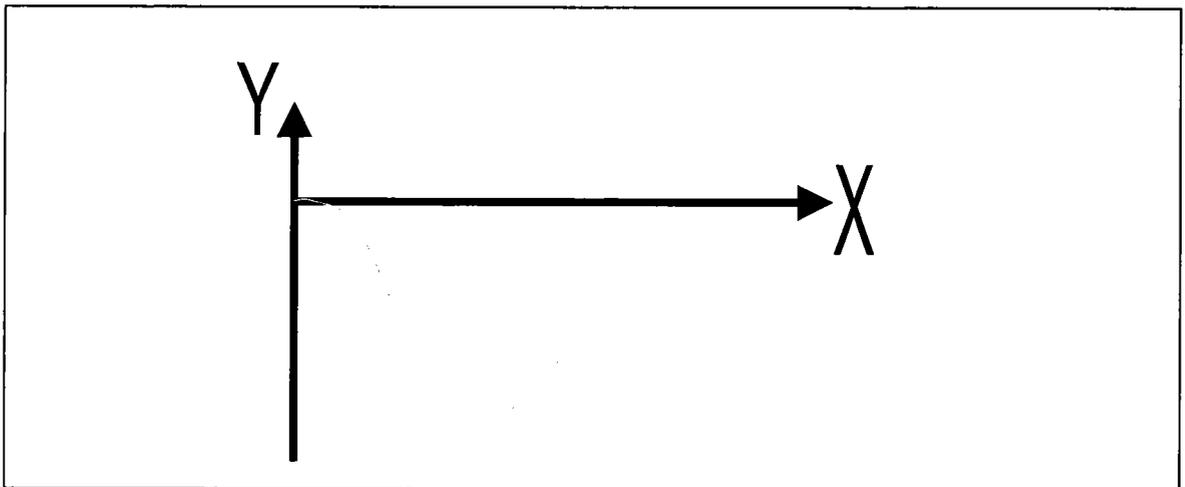
**Figura N°3.** Representación de la curva  $Y = dA/dP$ , en función de  $X = A/P$ , para el modelo Pizarro.

Por lo tanto, existe una contribución a la formación de la curva anterior por la influencia del aporte indirecto. Del mismo modo, establecido lo anterior, despejando  $A=A(P)$  y deshaciendo valor absoluto para resolver la integral planteada, se obtiene la expresión explícita del modelo Pizarro, utilizando exponentes neperianos, es decir:

$$Q = P [ 1 - e^{(-P/ETP)} ]$$

En la expresión anterior, el parámetro  $ETP=K > 0$  se estima sobre la base de datos de campo reales, por lo que es conveniente evaluar la sensibilidad de la escorrentía dada por la misma ante variaciones de  $K$ . Para ello se calcula la derivada parcial  $\partial A/\partial K = -(P/K)^2 \cdot e^{-P/K}$ , observándose en la Figura 4 que la función  $y = f(x) = -x^2 \cdot e^{-x}$  está acotada, presentando una tendencia asintótica al eje  $x$ , y su derivada en el origen es nula.

En este contexto, pequeñas variaciones en el valor de  $K$  estimado para la cuenca, no producirán variaciones sustanciales en la escorrentía que el modelo predice (Pizarro y Torres, 1998).



**Figura N°4.** Representación de la curva  $Y = MA / MK = -X^2 \cdot e^{-X}$ , en función de  $X = P/K$ , para el modelo Pizarro.

En el caso de esta investigación, como se tiene un solo punto en estudio, es decir, una sola cuenca, la ETP fue reemplazada por un parámetro **K**, definido conceptualmente por una expresión del tipo  $K=\beta*ETP$ , en donde  $\beta$  es una constante que pondera a la ETP, ya que se trata de un análisis de tipo anual basado en metodologías estadísticas y derivado de que la ETP varía muy poco de año en año (Pizarro y Torres, 1998).

#### **4.2.2.- Modelos Directos**

Serán considerados modelos directos los de Grunsky, Peñuelas, Coutagne y Turc, los cuales sólo necesitan para ser ajustados información de precipitación y temperatura, y no requieren el ajuste de algún parámetro.

Los siguientes modelos se basan en la expresión  $A= P*e*S$ , donde A: aportación; P: precipitación; S: superficie; y e: proporción de escorrentía, esta última expresión, dependiendo de la precipitación, toma valores diferentes tanto en Grunsky como en Peñuelas. Debe observarse, que estos modelos consideran la superficie dentro de la expresión.

##### **4.2.2.1.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Grunsky**

Es un modelo propuesto en Estados Unidos a principios del siglo XX, por el hidrólogo norteamericano del mismo nombre. Expresa las pérdidas de evapotranspiración por medio de un rango y señala que las escorrentías se pueden calcular como:

$$Q = (0,4*P^2) * S / 31536000 \quad \text{para } P \leq 1,25 \text{ metros}$$

$$Q = (P - E_{(\text{máximo})}) * S / 31536000 \quad \text{para } P > 1,25 \text{ metros}$$

$$E_{(\text{máximo})} = 0,625 \text{ metros.}$$

Este modelo considera que la precipitación sobre los 1,25 metros escurre toda, de tal forma que para una precipitación mayor a 1,25 metros anuales, asume que la pérdida es una constante de 625 mm.

#### **4.2.2.2.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Peñuelas**

Fue establecido para la zona central de Chile por el ingeniero A. Quintana alrededor de 1930, basándose fundamentalmente en mediciones hechas en el lago Peñuelas.

$$Q = (0,5 * P^2) * S / 31536000 \quad \text{para } P \leq 1,00 \text{ metros}$$

$$Q = (P - E_{(\text{máximo})}) * S / 31536000 \quad \text{para } P > 1,00 \text{ metros}$$

$$E_{(\text{máximo})} = 0,500 \text{ metros}$$

Este modelo es una variación del anterior, en el sentido que cambia la precipitación máxima, asumiendo que la precipitación sobre 1,00 m escurre totalmente, de manera que para una precipitación mayor a 1,00 m anual, la pérdida máxima es de 500 mm.

#### **4.2.2.3.- Modelo precipitación-escorrentía propuesto por Coutagne**

En este modelo, el déficit de escurrimiento en metros, se infiere de la altura media anual de las precipitaciones P y de la temperatura anual T en grados celsius (Remenieras, 1971). Esta última variable es quien determina qué relación existe entre la precipitación y la escorrentía (Tabla N°1). Según López (1998), el método entrega buenos resultados para pluviometrías entre 1000 y 1300 mm.

$$Q = (P - E) * S / 31536000$$

**Tabla 1. Definición de los valores de precipitación y escorrentía, según el valor de X.**

| RELACIÓN X - P - Q                    |                              |             |
|---------------------------------------|------------------------------|-------------|
| Si, $P < (1/8 * X)$                   | $E = P$                      | $Q = 0$     |
| Si, $(1/8 * X) \leq P \leq (1/2 * X)$ | $E = (P - X * P^2) / 100$    | $Q = P - E$ |
| Si, $P > (1/2 * X)$                   | $E = 0,2 + 0,035 * T / 1000$ | $Q = P - E$ |

Donde:

$X = 1 / (0,8 + 0,14 * T)$  en metros.

P = precipitación en metros.

T = temperatura media anual en grados celsius.

#### 4.2.2.4.- Modelo precipitación- escorrentía propuesto por Turc

Este modelo fue obtenido a partir de las observaciones realizadas en 254 cuencas correspondientes a diferentes climas de distintos lugares del mundo (Remenieras, 1971). Este modelo en los últimos años ha sido aplicado en muchas ocasiones, en especial en la zona sur de Chile, con resultados bastante aceptables.

Las pérdidas expresadas por E son determinadas a través de la temperatura y la precipitación. La formulación matemática del modelo es la siguiente:

$$Q = (P - E) * S / 31536000$$

Donde:

$$E : (P / (0.9 + (P / L)^2))^{0.5} / 1000$$

$$L: 300 + 25 * T + 0.005 * T^3$$

T: temperatura media anual en grados celsius.

Con esta fórmula, se obtienen valores que pueden ser fuertemente afectados cuanto más características excepcionales presente la zona en estudio, como lo son cuencas de pequeñas superficies o de alta montaña, cuencas con presencia de nieve y/o

hielos, regiones de muy fuerte o muy débil insolación, etc (Remenieras, 1971).

#### **4.3.- Estudios de relaciones precipitación-escorrentía realizados en Chile**

Los estudios investigados corresponden a memorias que han surgido del departamento de Gestión Forestal y Ambiental de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad de Talca. Ellas, como la que aquí se realiza, tuvieron como objetivo evaluar modelos precipitación-escorrentía en cuencas de la Región del Maule, con el fin de aportar al conocimiento de estas relaciones y considerar su aplicabilidad en dicha Región.

En este sentido, se consideraron específicamente dos estudios. Ellos en su conjunto abarcan la cantidad de modelos que en esta memoria están siendo estudiados, permitiendo de esta manera hacer comparables los resultados, bajo las condiciones respectivas. El lugar de estudio de ambas memorias, fue la cuenca del río Achibueno en la Región del Maule. Cuenca de origen pluvio-nival, que denota un clima cordillerano-lluvioso, con precipitaciones promedio de 1500 mm/año, una altitud de 590 m.s.n.m. y una superficie de 946 km<sup>2</sup> desde el punto de desagüe.

El primero de ellos, fue la evaluación de Modelos Directos (Grunsky, Peñuelas, Coutagne, Turc), realizado por Cristian Sandoval O. en el 2000. Sandoval, encontró que el modelo directo mejor evaluado correspondió al modelo de Peñuelas.

El segundo estudio, fue realizado por Fernando Marabolí F., y tenía como objetivo la evaluación de Modelos Indirectos (Budyko, Turc-Pike, Pizarro) en la cuenca ya señalada. Marabolí, encontró que el modelo indirecto mejor evaluado correspondió al modelo de Turc-Pike.

Por último y con el fin de facilitar el análisis comparativo que de ellos se haga, la especificación de los resultados para ambos estudios se encuentra detallada en el capítulo N°7 (Tabla N°24).

## 5.- METODOLOGÍA

### 5.1.- Marco General

El presente estudio se realizó con el fin de analizar y comparar siete modelos precipitación-escorrentía, en la cuenca del río Malleco en la novena región. Los modelos corresponden a los autores Budyko, Coutagne, Grunsky, Peñuelas, Pizarro, Turc y Turc-Pike. De los recién mencionados, cuatro corresponden a métodos directos (Grunsky, Peñuelas, Coutagne, Turc), mientras que el resto obedecen a métodos del tipo indirecto, es decir, necesitan de la calibración de algunos de sus parámetros para su aplicación.

### 5.2.- Materiales y Equipos

Para llevar a cabo la ejecución de este estudio, fue necesario contar con los siguientes materiales y equipos:

- Base de datos precipitación-escorrentía, perteneciente a la Dirección General de Aguas de la Novena Región.
- Cartografía de la zona (IX Región), I.G.M., ESCALA 1:50.000.
- Planímetro digital.
- Equipos computacionales (PC e impresoras).
- Programas computacionales para la manipulación de datos, cálculos, análisis estadístico, desarrollo escrito del estudio y presentación de resultados:
  - Planilla electrónica: Microsoft Excel 97.
  - Procesador de texto: Microsoft Word 97.
  - Software estadísticos: Statgraphics Plus V. 1.4, Statgraphics para DOS V. 7.0,

### **5.3.- Fases Metodológicas**

Las etapas de trabajo que fueron consideradas para realizar el estudio, corresponden en esencia a las fases de trabajo que han sido empleadas en otros estudios hechos por la cátedra de Hidrología del departamento de Gestión Forestal y Ambiental de la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad de Talca, respecto a temas que siguen una línea hidrológica común. De esta forma, la metodología de investigación comprende de manera específica las siguientes etapas:

#### **5.3.1.- Revisión Bibliográfica**

Esta primera etapa consistió en la obtención de información sobre modelos precipitación-escorrentía tratados en distintos sitios geográficos del globo, como también abarcó la definición conceptual de cada uno de los modelos. Además, se caracterizó el lugar de estudio sobre la base de distintos puntos de vista biogeográficos, como fue la hidrografía, la climatología, la geología, etc.

Las fuentes informativas para este hecho, corresponden a distintos medios, como lo es la literatura técnica especializada, Internet, o sencillamente, la experiencia de las personas más relacionadas al tema. Es así como toda la información recogida anteriormente fue utilizada de diferente manera en los diferentes capítulos del estudio, mientras ellos lo requirieron.

Cabe señalar, que todas las dudas que nacieron respecto a la zona de estudio, ya sea relacionado con la ubicación de estaciones, toma de datos, modelos utilizados, etc., fueron resueltas gracias a la ayuda otorgada por el Director Regional de la Dirección General de Aguas Novena Región, Sr. Francisco Díaz, y a su asistente la Sra. María Teresa Aravena.

### **5.3.2.- Recolección de la información pluviométrica, fluviométrica y de temperatura**

Para esta etapa fue necesario contar con el apoyo de la D.G.A. IX Región, organismo encargado de la captura de datos de esta naturaleza a lo largo del territorio nacional, obedeciendo a la línea de trabajo del Ministerio de Obras Públicas del Estado.

Específicamente la información correspondió a los valores de precipitación, caudales medios y temperaturas mensuales y anuales respectivamente. Para este efecto, se consideraron tres estaciones pluviométricas (*Encimar Malleco, Collipulli y Laguna Malleco*) y una estación fluviométrica (*Río Malleco en Collipulli*), las que fueron elegidas dada su consistencia física y estadística de datos, además de corresponder a estaciones que están bajo un régimen estricto de manejo. La salvedad, estuvo en la estación Encimar Malleco, que es una estación relativamente joven, por lo cual no contaba con datos a partir de las fechas de inicio de sus símiles. De todas maneras, el período de estudio quedó comprendido entre los años 1976 y 1999.

Respecto a los registros de temperatura y dada la ausencia de ellos en las estaciones anteriores, se recopilaron datos de estaciones cercanas a la cuenca. De esta manera, las estaciones que aportaron valores de temperatura fueron *El vergel (Angol), La mona (Angol)* y *Lonquimay* (ver apéndice N°4).

Es de relevancia señalar, que la D.G.A. Novena Región, fue quien determinó cuales serían las estaciones a ocupar en este estudio, básicamente porque estas estaciones, según la organización, son las idóneas para eventuales estudios en la Región.

### **5.3.3.- Procesamiento de la información y completación de datos**

En un comienzo, la planificación del estudio consideraba la corrección de datos a través del método de las *Curvas Doble Acumuladas*, método en el cual se grafican en forma acumulada los datos hidrológicos respectivos, correspondientes a pares de estaciones vecinas o cercanas, con el fin de detectar la existencia de posibles quiebres o

diferencias de pendientes en las curvas, provocados por ejemplo, por cambios en la localización de la estación de medida, errores sistemáticos en las mediciones, entre otros, o si responden a una tendencia natural de la serie (Estrela, 1992). Sin embargo, dicha actividad se obvió, porque la D.G.A. de la Novena Región, realiza dicho procedimiento con el fin de normalizar la consistencia de los datos con los cuales trabaja. Por lo tanto, una vez que se obtuvo la información respectiva de cada una de las estaciones, se procedió a revisar la cantidad de información que había sido enviada por parte de la D.G.A. IX Región, es decir, verificar cuántos datos faltantes existían. Así, de las tres estaciones de precipitación, sólo la estación Encimar Malleco era la que carecía del mayor número de datos, partiendo ésta tan solo del año 1988 en adelante, a diferencia de sus dos símiles, las cuales poseían información correspondiente al periodo entre los años 1974 y 1999. No obstante, estas dos últimas estaciones también poseían algunos meses en los cuales, y por diferentes motivos, no existía información. Respecto a los motivos de ausencia de datos, pueden señalarse los siguientes: la falta de medición específica para ese mes, errores de medición por parte de los encargados de dicha actividad, la pérdida de información, etc.

En el caso de las estaciones Collipulli y Laguna Malleco, la completación de datos faltantes se realizó a través del método de completación por promedios históricos. Según este método, en una estación pluviométrica o fluviométrica, existe una relación aproximada entre la precipitación o caudal desconocido de un mes y el promedio algebraico de ese mismo mes, pero correspondiente a otra serie de años (Estrela, 1992) (ver apéndice N°1, N°2 y N°3).

Para el caso de la estación Encimar Malleco, autores como Estrela (1992), sostiene una jerarquización de métodos utilizados para el relleno de registros meteorológicos, situando entre los mejores al método de regresiones lineales, agregando que esta ordenación puede sufrir alteraciones dependiendo de la escala temporal del completado (día, mes, año) y, pueden producirse resultados muy similares para ciertas condiciones en la distribución espacial de la precipitación dentro del país.

De esta forma, considerando los datos de las tres estaciones a partir de 1988, se realizaron regresiones entre cada una de las estaciones completas con la estación

Encimar Malleco; la idea de lo anterior, fue obtener el coeficiente de determinación más alto entre las estaciones en estudio, con el fin de utilizar esa regresión lineal que se originara entre ambas y de esa forma estimar los valores correspondientes a los datos faltantes. Sin embargo, una vez que se realizaron las regresiones, se obtuvieron los  $R^2$  y se decidió utilizar cierta estación específica, fue necesario comprobar que cada uno de los supuestos de regresión lineal se cumpliera, es decir, Normalidad, Homocedasticidad y No autocorrelación.

### **5.3.3.1.- Supuestos de Regresión Lineal**

Antes de comenzar a utilizar la regresión lineal originada en la etapa anterior, fue necesario probar, a través de métodos gráficos, el cumplimiento de los supuestos de Normalidad, Homocedasticidad y No autocorrelación. Se utilizaron sólo métodos gráficos, porque son ellos y no los matemáticos los que describen de mejor manera el comportamiento de los residuos.

#### **a) Supuesto de Normalidad**

Para determinar si se cumple o no con el supuesto de Normalidad, es decir, verificar que las perturbaciones poblacionales tengan una distribución normal, se utilizó el gráfico de Normalidad y el gráfico de Histogramas de Frecuencias.

#### **◆ Gráfico de Normalidad e Histogramas de frecuencias**

El gráfico de normalidad contrasta los residuos de la regresión con los segmentos de proporción que ellos generan en el histograma de frecuencias, de manera que mientras mayor sea la normalidad, los puntos del gráfico forman una recta de  $45^\circ$ . Por otra parte, considerada como una de las pruebas más simples de verificación de normalidad, el histograma de frecuencias se basa en la simetría de las frecuencias observadas y dos colas livianas en sus extremos. (Cid *et al*, 1990, citado por Flores, 1999).

## **b) Supuesto de Homocedasticidad**

Para la determinación de este supuesto se utilizó el método gráfico, conocido con el nombre de Diagrama de dispersión de los residuos, donde se grafican los residuos estimados al cuadrado y el valor estimado de la variable dependiente.

### **◆ Diagrama de dispersión de residuos**

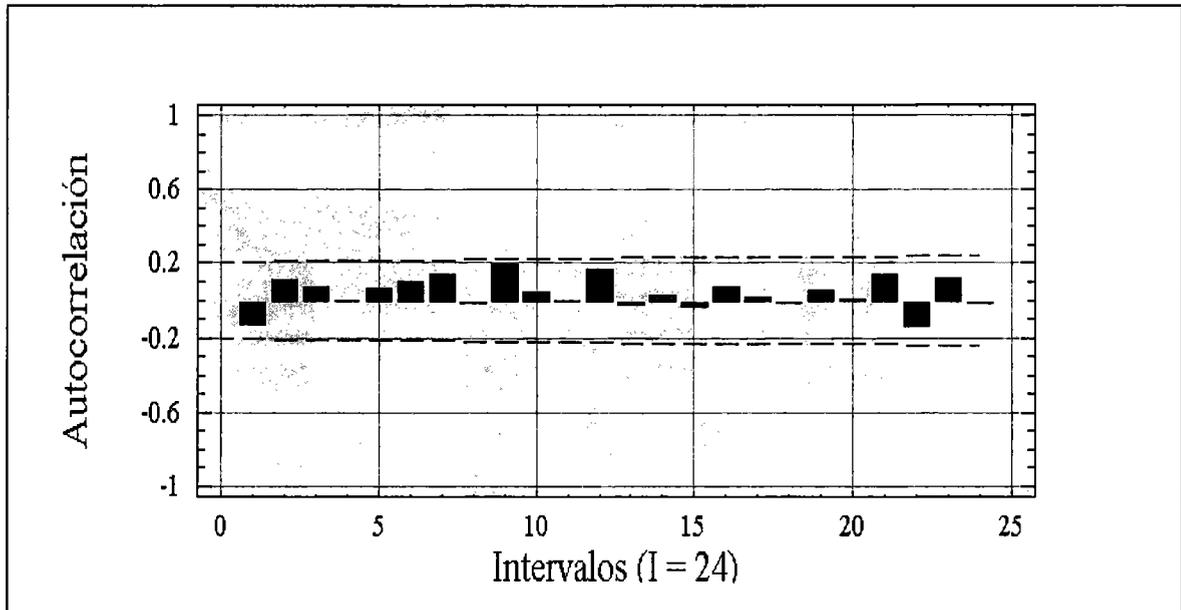
Este método detecta heterocedasticidad a través de la presencia de patrones de comportamiento sistemático de los residuos. Así, permite verificar que la distribución de los residuos esté homogéneamente en torno a la línea horizontal (valor cero), para estar en presencia de homocedasticidad, como se aprecia en los esquemas hipotéticos presentados en el Anexo 1 (Gujarati, 1992).

## **c) Supuesto de No autocorrelación**

Finalmente, el último supuesto postula que no debe existir autocorrelación o relación serial entre las perturbaciones que entran en la función de regresión poblacional; en otras palabras, no debe existir una correlación entre las perturbaciones de una serie de observaciones ordenadas en el tiempo. (Flores, 1999). La prueba utilizada para este punto, es la comparación entre los residuos del modelo y el tiempo.

### **◆ Gráfica de los Residuos v/s Tiempo**

Básicamente se realizó el análisis de una serie de tiempo, mediante una gráfica entre los residuos obtenidos del ajuste del modelo y el tiempo. A modo de ejemplo, la Figura N°5 muestra que existe un intervalo de confianza (línea punteada de color azul) donde el número de frecuencias de los residuos (barras de color verde) está dado por "1" intervalos. La existencia de una o más frecuencias fuera del intervalo admite la presencia de autocorrelación; de lo contrario, no existe correlación serial en el modelo (Gujarati, 1992).



**Figura N°5.** Gráfico ejemplo de no autocorrelación de los residuos.

### 5.3.3.2.- Corrección del modelo

En esta etapa se corrigió la regresión lineal, cuando no cumplía con alguno de los supuestos vistos recientemente. Para este caso particular, fue necesario corregir problemas de normalidad y heterocedasticidad que presentó el ajuste de la regresión, cumpliendo a cabalidad con el resto de los supuestos. Ambos problemas se corrigieron mediante una transformación de raíz cuadrada de las variables incluidas en el ajuste.

#### ◆ Transformación raíz cuadrada

Según Gujarati (1992), la raíz cuadrada reduce las escalas en la que se miden las variables, comprimiendo así, una diferencia de diez veces a una de dos veces. Además, este tipo de relaciones no entrega valores negativos cuando los registros a

transformar son cercanos a cero. Por ende, el nuevo modelo quedó con la siguiente forma:  $\sqrt{Y} = a + b \sqrt{X}$ .

#### 5.3.4.- Cálculo de la Precipitación media areal y de la Aportación específica

Según la literatura técnica respectiva, el método más utilizado en Chile y específicamente en la región del Maule, es el método de los **Polígonos de Thiessen** (Ramírez, 1998).

No obstante, como el estudio fue realizado para la Novena región, fue necesario consultar a las entidades relacionadas al tema, con el fin de conocer qué método utilizan ellos. De hecho, se esperaba que hubiese alguna diferencia entre los métodos utilizados entre ambas regiones, sin embargo, la DGA expresó que en la medida que el estudio considerara un trabajo metódico respecto a la ejecución del método no habría gran diferencia entre uno u otro; es más, dado el grado del estudio, el cual pretende hacer un acercamiento de los modelos que deberán ocuparse en la Región, el método de los polígonos de Thiessen es absolutamente adecuado para este caso.

Cabe señalar que algunos autores estipulan que el método de las Isoyetas debiera ser teóricamente uno de los más exactos, ya que considera los factores de la zona y de las precipitaciones; sin embargo, tiene un alto grado de subjetividad dado por la experiencia y acceso a la información que posea el técnico encargado de la construcción de las correspondientes Isoyetas. En este caso, al no contar con un mapa de Isoyetas, para así haber mezclado ambos métodos como lo recomiendan algunos autores como Pizarro (1993) y obtener el método de los Polígonos modificados de Thiessen, se llegó por descarte a este método como el mejor dentro de los de menor importancia.

Así, lo primero fue delimitar la superficie de la cuenca sobre las cartas topográficas. Esto se hizo uniendo los puntos que representaban las cumbres más altas, de manera de circunscribir toda la superficie. Después, se fijó en las cartas correspondientes a la zona, cada una de las estaciones pluviométricas consideradas para el estudio. Las cartas topográficas utilizadas en el estudio corresponden a las zonas de

Collipulli, Canadá, Victoria y Laguna Malleco. Una vez fijadas las estaciones sobre las cartas se procedió a trazar líneas rectas entre cada estación. En este caso, como las tres estaciones se encontraban casi en línea recta y además dos de ellas estaban fuera de los límites de la cuenca, sólo se establecieron líneas rectas entre la estación Encimar Malleco - Collipulli y las estaciones Encimar Malleco - Laguna Malleco (Ver figura N°6).

La tercera recta no fue necesaria establecerla (Collipulli - Laguna Malleco), dado que al momento de aplicar las mediatrices entre las dos rectas anteriores, estas mediatrices se encuentran en algún punto más adelante con la mediatriz de la tercera recta, lo que permite que la cuenca se pueda dividir en tres secciones con superficies ligadas directamente a cada una de las estaciones que en ese punto se encuentren.

De esta manera, se calculó la superficie de influencia de cada estación y posteriormente se procedió a calcular la precipitación media areal, que no es más que la ponderación de la superficie para cada dato de precipitación correspondiente a un determinado mes.

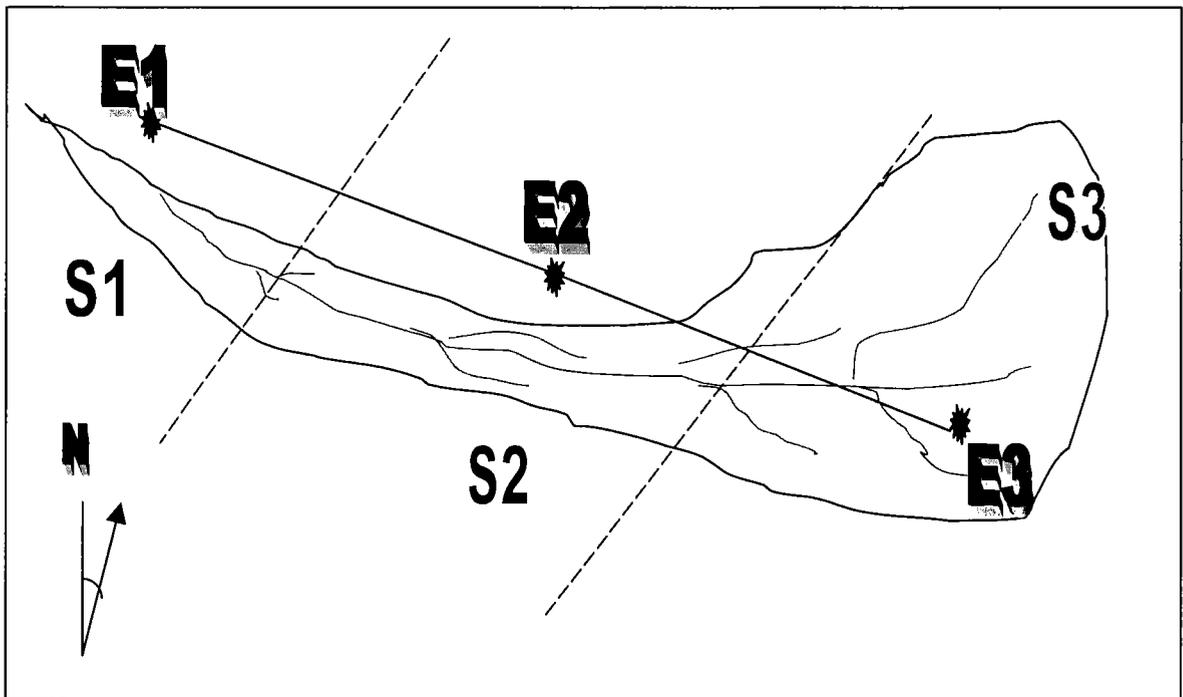
La expresión matemática utilizada para calcular la **Precipitación Media Areal (Pp Ma)** fue la planteada por Pizarro (1993):

$$P_{mj} = \frac{\sum S_i * P_{ij}}{\sum S_i}$$

Donde,  $P_{mj}$ =Precipitación media del área en estudio, en el tiempo j (mm);  $S_i$ =Superficie de influencia de la estación i ( $km^2$ );  $P_{ij}$ =Precipitación de la estación i en el tiempo j (mm).

Una vez que se obtuvieron las precipitaciones medias areales, se procedió a calcular la **Aportación Específica (Apes)** de la estación de aforo *Río Malleco en Collipulli* (ver apéndice N°3). Lo anterior radica en el hecho que los valores de caudal están expresados por  $m^3$ , por segundos y por mes o año, lo cual no los hace comparable con la precipitación areal que está dada en milímetros.

Por lo tanto, el conjunto de aportaciones fue dividido por la superficie de la cuenca y multiplicado por un factor originado de la conversión de los segundos y días de cada valor, quedando así la aportación específica expresada como  $a = A/S$ , donde  $A$ =Volumen de caudal mensual o anual ( $m^3$ ) y  $S$ =Superficie de la cuenca ( $m^2$ ).



**Figura N°6.** Representación *aproximada* de los polígonos de Thiessen en la cuenca del río Malleco, donde E1, E2, E3 representan las estaciones pluviométricas y S1, S2, S3 representan la superficie de influencia para cada estación.

Es fundamental destacar, que muchos de los valores de Aportación específica (APES) mensual que se obtuvieron, fueron superiores a sus pares mensuales de Precipitación media areal (Pp MA). Este fenómeno se genera principalmente en aquellos meses en los cuales la temperatura comienza a subir debido al cambio de temporada del año, lo que provoca que en las zonas altas de la cordillera comience el deshielo de las precipitaciones que caen en forma de nieve. Por ende, las cuencas aumentan su caudal y los valores de APES son mucho más altos.

Asimismo a escala anual, también se observó este hecho, es decir, valores de APES superiores a Pp MA, puntualmente en los años 1976 y 1977. Sin embargo y según conversaciones sostenidas con el personal de la D.G.A IX Región, esta estación a pesar de poseer buenas características técnicas, presenta problemas en la toma de datos. Lo anterior se origina por la cercanía de la estación de medición con el pueblo de Collipulli, ya que sufre diferentes tipos de alteraciones (principalmente robo de instrumentos), lo cual explicaría de mejor forma la inconsistencia de algunos registros. Por ende, el deshielo no sería el factor dominante que explique el por qué las aportaciones superan a las precipitaciones en ciertos periodos.

De esta manera, estos pares de datos no fueron utilizados al momento de aplicar los modelos, dado que se produce una inconsistencia matemática, ya que algebraicamente los modelos estimaran caudales mensuales y anuales negativos, lo que en teoría no existe.

### **5.3.5.- Análisis estadístico de los modelos propuestos en esta memoria**

#### **5.3.5.1.- Calibración de los modelos indirectos**

Una vez obtenidas las precipitaciones medias areales (Pp MA) y las aportaciones específicas (Apes), se realizó el ajuste a escala anual de tres de los siete modelos propuestos en esta memoria (Budyko, Pizarro y Turc-Pike), con un periodo total de registro de 23 años.

Sobre este aspecto, Llamas (1993), señala que la calibración de un modelo matemático consiste en evaluar o estimar parámetros de éste, con criterios deductivos o con ayuda de observaciones anteriores sobre las solicitaciones, en este caso las precipitaciones, y las respuestas, o sea, los caudales. Sostiene además, que existen dos formas de estimar los parámetros a partir de una muestra: *pasiva* y *activamente*. En la primera forma, se utilizan todos los pares precipitación-caudales disponibles y, mediante métodos estadísticos, se evalúan los coeficientes de la ecuación. La segunda forma utiliza

un método selectivo dando una ponderación diferente a ciertas observaciones o grupo de observaciones. En este estudio se utilizó el método pasivo.

La calibración se realizó con el uso del programa Statgraphics para DOS, para ecuaciones no paramétricas, con el cual se ajustaron los tres modelos antes mencionados, determinando el parámetro  $k$  desconocido en cada fórmula.

La validación no pudo ser hecha en este estudio para los modelos indirectos, dada la escasa longitud de la serie total de datos que se poseía. De esta manera, sólo se utilizaron los últimos tres años (97/98, 98/99 y 99/00) para realizar una mínima prueba de eficiencia de los modelos.

### **5.3.5.2.- Validación de los modelos directos**

Es importante destacar, que los modelos de aplicación directa como su nombre lo indica, no necesitaron previa calibración para su aplicación.

Al momento de ser validados los cuatro modelos directos, a saber, Grunsky, Peñuelas, Coutagne y Turc, la amplitud del estudio utilizada para ello fue diferente al caso de los modelos calibrados, dado que dos de estos cuatro modelos necesitaban de la variable temperatura para ser validados. Fue entonces que al momento de recopilar la información de temperatura para la zona en estudio y por razones que escapan a quien desarrolla este trabajo, sólo fue posible contar con datos de temperatura, primero de estaciones que se encontraban fuera de la cuenca en estudio, vale decir, para la cuenca del río Malleco no existían estaciones que entregaran dichos registros. Segundo, aquellas estaciones aledañas que fueron utilizadas, sólo poseían algunos años con registros (1981 en adelante). Las estaciones utilizadas para ello fueron *El vergel (Angol)*, *La mona (Angol)* y *Lonquimay*.

Mediante estas estaciones se obtuvo la temperatura media anual para la cuenca del río Malleco. Lamentablemente no fue posible tener más de 19 años de registros (1981-1999) para validar los modelos de Coutagne y Turc, debido exclusivamente a la

falta de registros para el resto de los años. Tampoco fue posible completar registros de años anteriores y posteriores, por no poseer una red de estaciones que funcionaran como patrones para las estaciones problema.

### 5.3.5.3.- Medidas de bondad de ajuste

Para la realización de un análisis estadístico consistente se consideraron las siguientes medidas de bondad de ajuste: el coeficiente de determinación, el error estándar de estimación, el test de Bland y Altman (ACBA) y el análisis de varianza (ANDEVA). Todos ellos se realizaron para el periodo 1981-1999, ya que era el periodo de tiempo que incluía a todos los modelos aquí estudiados.

#### a) Coeficiente de Determinación ( $R^2$ )

Utilizando el  $R^2$  se analizó la bondad del ajuste, en términos mensuales y anuales, para el período total y las series extremas consideradas. Además, a través del gráfico de dispersión (aportaciones v/s precipitaciones) que incorpora las curvas de los siete modelos, se observó el comportamiento de ellos para decidir previamente si tiene sentido o no evaluarlos, especialmente a escala mensual.

Este coeficiente sólo se aplicó con el fin de establecer el grado de ajuste de cada modelo respecto a los datos y períodos definidos, ya que expresa el porcentaje de la variación total explicada por el modelo.

La expresión utilizada para estimar el valor de  $R^2$  es la siguiente (Guzmán, 1994):

$$R^2 = 1 - \left[ \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \right]$$

Donde;  $y$  = Aportaciones específicas reales,  $\hat{y}$  = Aportaciones modeladas,  $\bar{y}$  = Promedio de las aportaciones específicas reales.

## b) Error Estándar de Estimación (EEE)

Señala en promedio, cuánto se desvía cada dato estimado con respecto al dato real. Su expresión es la siguiente:

$$EEE = \sqrt{\left[ \sum (y - \hat{y})^2 / (n - r) \right]}$$

Donde;  $y$ : Aportaciones específicas reales,  $\hat{y}$ : Aportaciones modeladas,  $n$ : Número de datos considerados y  $r$ : Número de variables consideradas.

El EEE es un estimador indirecto, dado que los valores que resultan de aplicar la expresión señalada, son inherentes al tipo de información utilizada y no son directamente comparables con los resultados de otro conjunto de datos. El valor del EEE se obtuvo de forma automática a través del programa Statgraphics para DOS, V.7.0., al igual que el  $R^2$ .

## c) Test de Bland y Altman (ACBA)

Este método de concordancia, gráfico y analítico, permite discriminar cuánto difiere un nuevo modelo respecto de otro ya establecido, apreciando la homogeneidad del error a lo largo de la unidad de medida previamente definida. En otras palabras, el test permite discriminar cuál de los modelos en estudio se aproxima mejor al caudal real. (Barrera *et al*, 1997; Bland y Altman, 1999; Dunn y Roberts, 1999).

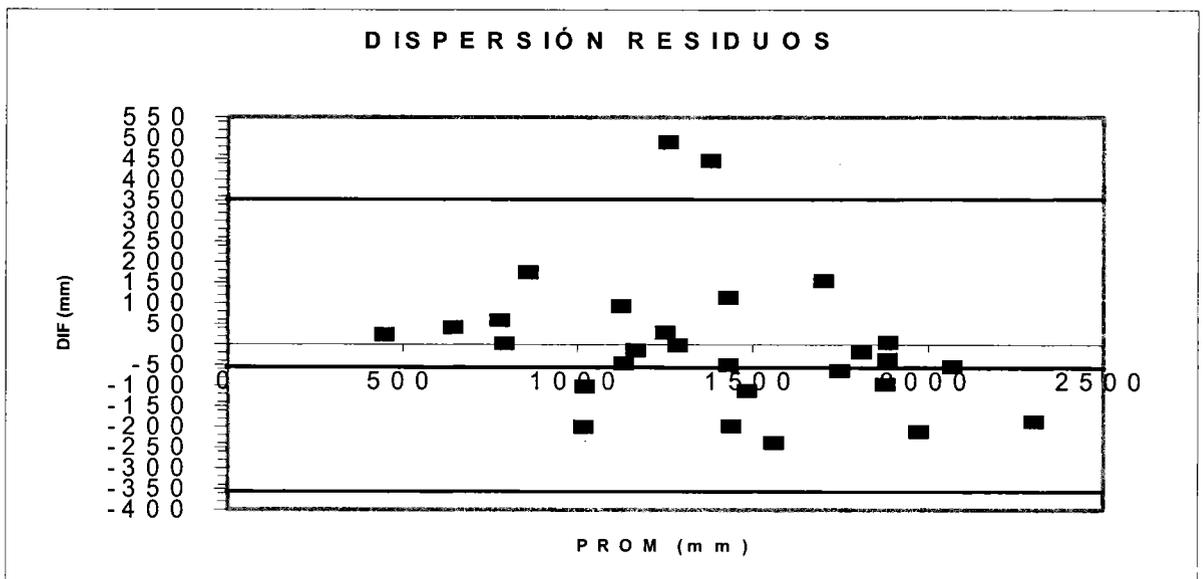
En términos estadísticos, el nivel de concordancia lo asignan las diferencias promedios (**dp**) entre el valor real y el estimado y, la desviación estándar (**SD**) de dichas diferencias. Además, se establece un límite de concordancia (**LC**) con un 95 % de nivel de significación, definido por la expresión:

$$LC = dp \pm 1.96 * SD.$$

De esta forma, el mejor ajuste será la relación valor real v/s modelado con un valor  $dp$  lo más cercano a cero (en términos absolutos). En caso de existir diferencias mínimas

del valor  $dp$ , se determina como mejor ajuste aquel que presente un menor valor  $SD$  y sus  $LC$  sean más estrechos (Bland y Altman, 1999).

El test de concordancia de Bland y Altman considera también, al coeficiente de correlación, con el fin de comprobar el grado de asociación lineal existente entre las variables. En términos gráficos lo que hace es analizar la relación Diferencias (DIF) v/s Promedios (PROM) de valores observados y predichos (ver figura N°7). Es importante señalar que este gráfico es equivalente a un gráfico de residuos, salvo la diferencia de que este último incorpora la variable valor estimado en vez del promedio y no presenta límites de confianza (LC).



**Figura N°7.** Representación gráfica hipotética del ACBA. Gráfico de residuos (DIF v/s PROM) que muestra la  $dp$  (línea color rojo) respecto al valor cero (línea color negro) y, los límites de concordancia  $LC$  (línea de color azul).

#### d) Análisis de Varianza (ANDEVA)

Esta prueba permite definir si existen o no diferencias significativas entre modelos. Según Peña (1994), citado por Marabolí (2000), el ANDEVA es un procedimiento utilizado para descomponer la variabilidad total de un experimento en componentes independientes que pueden asignarse a causas distintas (variación entre y dentro de los modelos).

El diseño experimental aplicado al estudio comprende un modelo lineal donde los tratamientos serán los modelos precipitación-aportación específica y los bloques serán los años fijos (Hicks, 1982), cuya expresión matemática es la siguiente (Peña 1995, citado por Marabolí, 2000):

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

i = 1, ..., 4  
j = 1, ..., años

Donde,

$Y_{ij}$  : observación de la aportación específica (observada o estimada);

$\mu$  : efecto global, que mide el nivel promedio de aportaciones para todas las observaciones;

$\alpha_i$  : efecto fijo del tipo de modelo (se supondrá que  $\sum \alpha_i = 0$ );

$\beta_j$  : efecto fijo de los años (se supondrá que  $\sum \beta_j = 0$ );

$\varepsilon_{ij}$  : efecto aleatorio, que recoge el efecto de todas las restantes causas posibles de variabilidad del experimento.

Las hipótesis asociadas a cada fuente de variación se expresan como:

**Ho : Los efectos de los modelos sobre la media son iguales.**

**Ha : Los efectos de los modelos son distintos; es decir, al menos uno de los modelos difiere significativamente de los demás.**

El criterio utilizado para determinar la significancia estadística, fue propuesto por Cid *et al* (1990): “si el valor “p” es menor o igual que el nivel de significación ( $\alpha = 0.05$ ), entonces existe evidencia significativa en contra de  $H_0$ ”.

El ANDEVA se obtuvo a través del software estadístico Statgraphics Plus V 1.4. La Tabla N° 2 presenta el esquema teórico conceptual que corresponde a un ANDEVA del tipo empleado (Peña 1995, citado por Marabolí, 2000).

**Tabla N° 2. Marco conceptual operativo de un ANDEVA.**

| Fuente de Variación | Suma de Cuadrados (SC)               | Grados de Libertad (g.l) | F calculado (Fc)   |
|---------------------|--------------------------------------|--------------------------|--|
| $\alpha_i$          | $\sum \sum (\bar{y}_i - \bar{y}_..)$ | I - 1                    | ECM <sub><math>\alpha_i</math></sub> / ECM <sub><math>\epsilon_{ij}</math></sub> |
| $\beta_j$           | $\sum \sum (\bar{y}_j - \bar{y}_..)$ | J - 1                    |  |
| $\epsilon_{ij}$     | $\sum \sum \epsilon^2_{ij}$          | (I - 1)(J - 1)           |  |
| TOTAL               | $\sum \sum (y_{ij} - \bar{y}_..)^2$  | n - 1                    |  |

### 5.3.6.- Análisis y discusión de resultados

Una vez que se obtuvieron resultados, se pudo analizar el comportamiento de cada tipo de modelo en cada periodo de estudio, de manera de conocer cuál de ellos se encontró más próximo al caudal observado, quién otorgó los mejores resultados, cómo fue su comportamiento respecto a los demás modelos, etc. Hay que destacar que el análisis se hizo separando los dos tipos de modelos con los cuales se trabajó. Los

fundamentos estadísticos en los cuales se basó este estudio para elegir el modelo más adecuado son básicamente cuatro:

- ❖ Mayor valor del Coeficiente de Determinación ( $R^2$ ).
- ❖ Menor valor del Error Estándar de Estimación.
- ❖ Menor valor de las diferencias promedios (**dp**) y desviación estándar (**SD**) del análisis de concordancia de Bland y Altman (ACBA).
- ❖ "Valor p"  $> \alpha = 0.05$  del análisis de varianza (ANDEVA).

Por último, todos los resultados que se produjeron en este trabajo, fueron analizados y comparados con resultados de estudios de iguales características llevados a cabo en la Séptima Región del Maule, es decir, se hizo un autoanálisis del estudio, pero además, se incluyó un análisis externo con otros trabajos.

### **5.3.7.- Conclusiones y Recomendaciones**

Todas las conclusiones y recomendaciones generadas en este estudio, fueron hechas en términos específicos ligados directamente a los objetivos planteados al comienzo de esta memoria. Más aún, la idea es que este estudio sirva de modelo inicial para futuros trabajos ligados a la misma línea hidrológica en esta zona de estudio.

## 6.- PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

La presentación de resultados es la expresión escrita de los valores originados gracias a la metodología aplicada en este estudio; en este sentido, los resultados obtenidos son los siguientes:

### 6.1.- Completación de Datos

Este proceso se realizó únicamente en la estación pluviométrica *Encimar Malleco* (tabla N°3), por ser la estación que presentó la mayor carencia de registros (registros originales de 1989 a 1999). La completación de datos a través de regresión lineal fue el método utilizado en esta estación; el desarrollo de la ecuación y la validación de los supuestos de ella, se encuentran detallados en el anexo N°1.

Para este caso, la estación patrón utilizada fue *Collipulli*, la que al momento de aplicar el método de regresión lineal con la estación *Encimar Malleco* arrojó un  $R^2$  (87%) mayor que el obtenido con su similar la estación *Laguna Malleco*. Además, se aplicó el método de las curvas doble acumuladas entre las dos estaciones, no siendo necesario corregir valores ya que no se apreciaron cambios de pendientes significativos, por lo cual se aceptó la consistencia hidrológica de los datos.

*Collipulli* y *Laguna Malleco*, presentaron sólo uno y tres años respectivamente sin registros de 26 años, los cuales fueron completados con el método de Promedios Históricos (ver apéndice N°1 y N°2).

**Tabla 3. Precipitación mensual y anual en mm para la estación Encimar Malleco.**

| AÑO    | ABR   | MAY   | JUN   | JUL   | AGO   | SEP   | OCT   | NOV   | DIC   | ENE   | FEB   | MAR   | ANUAL  |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 76/77* | 24.3  | 220.0 | 347.9 | 107.6 | 147.8 | 151.0 | 196.5 | 125.6 | 159.6 | 59.1  | 18.4  | 66.4  | 1624.2 |
| 77/78* | 102.5 | 551.8 | 339.4 | 605.4 | 215.1 | 136.3 | 273.5 | 144.2 | 50.0  | 143.1 | 12.0  | 71.2  | 2644.7 |
| 78/79* | 16.6  | 294.9 | 269.6 | 722.9 | 136.0 | 321.5 | 179.3 | 165.1 | 1.4   | 27.8  | 32.1  | 3.3   | 2170.5 |
| 79/80* | 71.2  | 245.5 | 126.6 | 426.1 | 314.1 | 213.7 | 66.3  | 232.2 | 131.9 | 58.3  | 23.6  | 16.0  | 1925.5 |
| 80/81* | 355.9 | 745.0 | 409.0 | 286.8 | 158.1 | 151.4 | 12.2  | 80.2  | 149.4 | 2.4   | 113.4 | 68.9  | 2532.7 |
| 81/82* | 143.2 | 777.5 | 180.1 | 333.2 | 145.9 | 78.4  | 35.6  | 22.9  | 24.7  | 189.8 | 31.0  | 60.8  | 2023.1 |
| 82/83* | 51.3  | 395.1 | 482.2 | 464.6 | 242.6 | 277.0 | 153.8 | 99.2  | 1.4   | 135.4 | 66.0  | 43.1  | 2411.7 |
| 83/84* | 157.5 | 285.3 | 312.7 | 244.6 | 282.1 | 152.0 | 64.9  | 5.2   | 9.3   | 47.3  | 13.0  | 33.5  | 1607.4 |
| 84/85* | 87.5  | 905.7 | 355.6 | 377.4 | 171.5 | 191.3 | 268.3 | 116.4 | 31.1  | 51.9  | 67.5  | 43.6  | 2667.9 |
| 85/86* | 151.9 | 456.6 | 237.8 | 293.7 | 87.5  | 213.7 | 142.0 | 111.2 | 6.0   | 132.9 | 15.8  | 91.7  | 1940.9 |
| 86/87* | 325.4 | 507.3 | 382.6 | 136.8 | 354.3 | 146.4 | 100.9 | 190.9 | 25.2  | 25.2  | 108.1 | 109.9 | 2413   |
| 87/88* | 106.3 | 260.9 | 185.4 | 595.1 | 362.2 | 165.7 | 94.3  | 62.2  | 36.8  | 1.4   | 24.8  | 135.6 | 2030.8 |
| 88/89  | 167.2 | 305.3 | 398.4 | 317   | 355   | 77    | 121   | 31    | 67    | 25    | 25    | 61    | 1949.9 |
| 89/90  | 18    | 110   | 488   | 320.4 | 338.6 | 85.9  | 65.6  | 21.9  | 323.6 | 27    | 9     | 57    | 1865   |
| 90/91  | 187.8 | 239.9 | 219.7 | 211.3 | 222.8 | 336.1 | 107.7 | 59    | 33.2  | 36.3  | 80.8  | 162.7 | 1897.3 |
| 91/92  | 88.9  | 578.2 | 238.5 | 449.1 | 147.7 | 181.6 | 95.7  | 81.5  | 212.3 | 18.5  | 8.6   | 34.3  | 2134.9 |
| 92/93  | 220.2 | 629.3 | 488.7 | 196.4 | 243.3 | 192.6 | 203.5 | 46.7  | 147.3 | 1.4   | 92.6  | 140.3 | 2602.4 |
| 93/94  | 210.8 | 655.3 | 442.5 | 420.8 | 266   | 46.7  | 197.4 | 98.9  | 83.9  | 69.9  | 0     | 85    | 2577.2 |
| 94/95  | 184   | 223.2 | 355   | 337.5 | 112.9 | 225   | 73.1  | 59.4  | 49.9  | 16.8  | 14.5  | 33    | 1684.3 |
| 95/96  | 219.5 | 106.5 | 488   | 545   | 281   | 34    | 102   | 7     | 0     | 28.2  | 12    | 15    | 1838.2 |
| 96/97  | 108   | 206   | 264   | 91    | 344   | 52    | 66    | 83    | 21    | 12    | 4.9   | 107   | 1358.9 |
| 97/98  | 415   | 180   | 540   | 342.2 | 178   | 261   | 301   | 153.9 | 75    | 57    | 54    | 2     | 2559.1 |
| 98/99  | 137.9 | 167   | 192   | 188.5 | 108.5 | 79    | 11    | 36    | 9     | 0     | 0     | 33    | 961.9  |
| 99/00  | 49    | 263   | 666   | 213,5 | 526   | 142,8 | 54    | 24    | 88    | 7     | 0     | 23    | 1913,5 |

Los años con \* representan registros que fueron completados mediante regresión lineal.

## 6.2.- Precipitaciones medias areales

Los valores de precipitación media areal, tanto a escala mensual como escala anual, se presentan en la Tabla N°4. El método aplicado para la obtención de ellos fue el de los Polígonos de Thiessen, que utilizó todas las estaciones pluviométricas para el cálculo. El detalle de la obtención de los polígonos de Thiessen y la superficie de influencia resultante para cada estación, se describe en el anexo N°2.

**Tabla 4. Precipitaciones medias areales mensuales y anuales en mm, calculadas a través del método Polígonos de Thiessen.**

| <b>AÑO</b>  | <b>ABR</b>   | <b>MAY</b>   | <b>JUN</b>   | <b>JUL</b>   | <b>AGO</b>   | <b>SEP</b>   | <b>OCT</b>   | <b>NOV</b>   | <b>DIC</b>   | <b>ENE</b>  | <b>FEB</b>  | <b>MAR</b>  | <b>ANUAL</b>  |
|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|---------------|
| 78/79       | 11.1         | 385.8        | 435.8        | 1221.        | 104.3        | 365.0        | 276.1        | 299.8        | 27.4         | 55.9        | 17.4        | 20.5        | 2862,8        |
| 79/80       | 69.6         | 334.9        | 126.1        | 640.1        | 622.2        | 335.9        | 122.2        | 351.5        | 224.7        | 59.6        | 25.0        | 39.3        | 2660,2        |
| 80/81       | 402.1        | 876.8        | 587.3        | 499.0        | 394.4        | 157.1        | 26.5         | 157.0        | 175.9        | 17.0        | 247.5       | 80.0        | 3370,4        |
| 81/82       | 220.3        | 1068         | 321.2        | 510.4        | 244.4        | 168.1        | 137.0        | 45.6         | 35.9         | 299.9       | 36.4        | 103.9       | 2992,9        |
| 82/83       | 66.0         | 512.0        | 725.8        | 759.3        | 431.7        | 370.7        | 345.0        | 165.9        | 24.9         | 126.6       | 115.6       | 73.3        | 3348,1        |
| 83/84       | 212.1        | 343.1        | 494.8        | 412.7        | 413.3        | 216.9        | 153.8        | 36.5         | 25.0         | 84.5        | 28.3        | 29.4        | 2225,1        |
| 84/85       | 91.9         | 1067         | 424.1        | 532.7        | 228.6        | 341.5        | 539.0        | 149.6        | 38.3         | 99.8        | 131.7       | 71.4        | 3412,9        |
| 85/86       | 245.4        | 598.7        | 507.4        | 288.0        | 176.4        | 281.0        | 268.0        | 156.1        | 9.8          | 126.2       | 23.6        | 125.5       | 2564,1        |
| 86/87       | 316.6        | 660.9        | 666.5        | 258.3        | 529.5        | 179.3        | 177.7        | 409.1        | 32.2         | 27.1        | 87.1        | 146.1       | 3204,1        |
| 87/88       | 152.2        | 315.7        | 358.5        | 846.0        | 538.7        | 209.8        | 162.0        | 105.3        | 54.8         | 17.0        | 25.4        | 189.1       | 2666,4        |
| 88/89       | 115.8        | 158.7        | 557.3        | 266.2        | 510.8        | 105.1        | 181.0        | 38.7         | 136.7        | 100.3       | 8.4         | 138.0       | 2042,2        |
| 89/90       | 24.1         | 113.8        | 624.8        | 420.9        | 441.6        | 101.3        | 87.7         | 45.6         | 417.8        | 25.9        | 24.5        | 87.2        | 2092,2        |
| 90/91       | 206.1        | 364.9        | 354.4        | 324.4        | 354.0        | 482.3        | 143.5        | 24.0         | 70.4         | 43.9        | 69.4        | 171.1       | 2335,2        |
| 91/92       | 279.1        | 707.3        | 422.7        | 555.7        | 125.8        | 262.1        | 133.1        | 95.8         | 302.7        | 56.4        | 14.1        | 60.5        | 2742,4        |
| 92/93       | 327.9        | 841.6        | 655.0        | 434.3        | 326.9        | 270.4        | 350.8        | 77.4         | 219.8        | 9.6         | 43.8        | 87.5        | 3319,1        |
| 93/94       | 342.7        | 811.8        | 667.3        | 555.1        | 365.9        | 94.3         | 257.2        | 94.0         | 131.9        | 78.3        | 3.3         | 132.0       | 3215,7        |
| 94/95       | 222.7        | 363.1        | 523.4        | 386.0        | 159.0        | 377.0        | 216.4        | 213.4        | 199.1        | 53.1        | 26.5        | 81.6        | 2584,0        |
| 95/96       | 274.0        | 140.7        | 788.4        | 690.0        | 359.0        | 54.2         | 242.4        | 34.6         | 0.0          | 62.9        | 26.2        | 20.5        | 2411,8        |
| 96/97       | 129.4        | 172.4        | 360.0        | 132.5        | 389.0        | 128.3        | 109.1        | 124.7        | 29.1         | 31.5        | 65.0        | 127.0       | 1603,8        |
| 97/98       | 467.2        | 219.9        | 884.6        | 487.7        | 240.1        | 347.3        | 391.6        | 280.7        | 114.9        | 119.6       | 75.5        | 1.8         | 3265,6        |
| 98/99       | 135.4        | 287.8        | 297.2        | 244.5        | 214.6        | 207.4        | 164.8        | 60.0         | 3.0          | 14.8        | 8.5         | 48.2        | 1550,6        |
| 99/00       | -            | -            | -            | -            | -            | -            | -            | -            | -            | -           | -           | -           | 2138,9        |
| <b>prom</b> | <b>205.3</b> | <b>492.6</b> | <b>513.5</b> | <b>498.3</b> | <b>341.4</b> | <b>240.7</b> | <b>213.6</b> | <b>141.2</b> | <b>108.3</b> | <b>71.9</b> | <b>52.5</b> | <b>87.3</b> | <b>2689.0</b> |

Prom: promedio de las precipitaciones medias areales

### 6.3.- Aportaciones Específicas

Para la estimación mensual de la aportación específica observada, se consideraron los días calendario de cada mes, es decir, el número de días exacto de cada uno; mientras que a escala anual, el cálculo se obtuvo de la sumatoria de todos los meses

(ver Tabla N°5). Al igual que en casos anteriores, el detalle de la obtención de las aportaciones se describe en los anexos, específicamente en el anexo N°3.

**Tabla 5. Aportaciones específicas mensuales y anuales en mm de la estación pluviométrica Encimar Malleco.**

| <b>AÑO</b>   | <b>ABR</b> | <b>MAY</b> | <b>JUN</b> | <b>JUL</b> | <b>AGO</b> | <b>SEP</b> | <b>OCT</b> | <b>NOV</b> | <b>DIC</b> | <b>ENE</b> | <b>FEB</b> | <b>MAR</b> | <b>ANUAL</b>  |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|
| <b>78/79</b> | 22.1       | 108.9      | 216.8      | 486.2      | 211.5      | 294.9      | 271.0      | 152.0      | 71.3       | 33.9       | 24.8       | 24.8       | <b>1908.4</b> |
| <b>79/80</b> | 22.7       | 87.6       | 91.4       | 250.3      | 1164       | 357.3      | 167.1      | 217.4      | 170.8      | 37.2       | 25.8       | 25.5       | <b>2593.6</b> |
| <b>80/81</b> | 141.7      | 587.0      | 474.8      | 386.7      | 372.3      | 126.0      | 92.0       | 73.3       | 46.5       | 46.2       | 69.5       | 67.0       | <b>2468.4</b> |
| <b>81/82</b> | 56.0       | 562.6      | 282.8      | 385.5      | 229.7      | 169.0      | 92.6       | 64.2       | 29.9       | 113.9      | 52.8       | 44.5       | <b>2070.5</b> |
| <b>82/83</b> | 19.8       | 164.6      | 413.0      | 644.6      | 312.9      | 305.8      | 329.8      | 138.7      | 73.2       | 31.2       | 21.4       | 18.3       | <b>2461.0</b> |
| <b>83/84</b> | 32.7       | 99.5       | 323.4      | 282.2      | 244.1      | 167.8      | 173.3      | 76.9       | 29.5       | 30.7       | 20.1       | 20.0       | <b>1495.7</b> |
| <b>84/85</b> | 17.0       | 398.0      | 251.3      | 567.0      | 188.4      | 244.1      | 319.2      | 208.3      | 76.3       | 22.3       | 18.1       | 18.1       | <b>2306.3</b> |
| <b>85/86</b> | 73.3       | 327.3      | 245.3      | 399.3      | 142.1      | 161.7      | 134.5      | 136.3      | 38.4       | 40.2       | 21.5       | 22.5       | <b>1731.5</b> |
| <b>86/87</b> | 76.9       | 374.2      | 561.4      | 173.3      | 327.3      | 182.9      | 139.6      | 185.3      | 121.4      | 24.8       | 19.2       | 21.8       | <b>2203.1</b> |
| <b>87/88</b> | 26.6       | 107.0      | 268.3      | 437.4      | 383.0      | 225.9      | 154.6      | 103.0      | 38.0       | 32.4       | 20.5       | 22.0       | <b>1805.2</b> |
| <b>88/89</b> | 25.1       | 47.9       | 180.5      | 223.4      | 361.7      | 169.0      | 147.7      | 44.5       | 44.9       | 32.8       | 18.4       | 22.7       | <b>1311.5</b> |
| <b>89/90</b> | 15.0       | 16.5       | 207.7      | 245.3      | 402.4      | 191.4      | 107.0      | 56.5       | 212.1      | 25.0       | 16.1       | 16.9       | <b>1503.1</b> |
| <b>90/91</b> | 115.7      | 169.6      | 255.6      | 174.6      | 318.5      | 312.5      | 148.9      | 100.5      | 44.3       | 43.7       | 23.0       | 30.9       | <b>1731.5</b> |
| <b>91/92</b> | 58.5       | 443.1      | 268.9      | 406.1      | 239.7      | 218.0      | 130.2      | 67.8       | 121.4      | 31.2       | 15.8       | 17.2       | <b>2004.2</b> |
| <b>92/93</b> | 93.3       | 588.2      | 617.7      | 296.6      | 182.7      | 247.1      | 239.1      | 144.7      | 80.1       | 55.8       | 31.1       | 34.2       | <b>2601.0</b> |
| <b>93/94</b> | 95.7       | 506.9      | 537.8      | 528.2      | 316.7      | 167.8      | 115.8      | 106.0      | 157.7      | 39.4       | 20.9       | 22.1       | <b>2601.0</b> |
| <b>94/95</b> | 39.8       | 140.8      | 366.4      | 436.8      | 179.6      | 252.5      | 281.6      | 106.6      | 168.3      | 33.7       | 18.2       | 20.5       | <b>2033.6</b> |
| <b>95/96</b> | 58.5       | 77.6       | 396.1      | 475.0      | 404.3      | 247.7      | 176.5      | 84.2       | 35.3       | 42.2       | 22.0       | 24.2       | <b>2033.6</b> |
| <b>96/97</b> | 68.4       | 98.2       | 201.1      | 115.8      | 185.2      | 156.2      | 75.7       | 49.5       | 27.8       | 21.9       | 17.4       | 20.5       | <b>1038.9</b> |
| <b>97/98</b> | 112.0      | 185.2      | 477.2      | 328.5      | 291.0      | 261.0      | 263.5      | 185.3      | 73.2       | 18.3       | 18.5       | 12.3       | <b>2217.8</b> |
| <b>98/99</b> | 27.3       | 45.0       | 91.4       | 132.7      | 140.8      | 103.0      | 51.4       | 26.1       | 20.8       | 38.1       | 23.3       | 24.4       | <b>721.3</b>  |
| <b>99/00</b> | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | <b>1540.0</b> |
| <b>prom</b>  | 57.1       | 244.6      | 320.4      | 351.2      | 314.2      | 217.2      | 172.0      | 110.8      | 80.1       | 37.9       | 24.7       | 25.3       | 1944.8        |

Los valores en rojo representan meses en los cuales la aportación específica es mayor que la precipitación media areal. Estos valores no fueron considerados al momento de obtener resultados.

prom: promedio de las aportaciones específicas

#### 6.4.- Calibración de los modelos indirectos (valores de k)

De los siete modelos en estudio, tres de ellos (Budyko, Turc-Pike, Pizarro) tienen la particularidad de ser modelos que en su estructura poseen un parámetro desconocido, el parámetro k; dicho parámetro representa la evapotranspiración potencial ponderado por el factor  $\beta$ . Como el estudio se enfocó en una sola cuenca, el valor de K se obtuvo mediante la calibración de los modelos.

**Tabla 6. Valores adimensionales del parámetro k para los modelos de Budyko, Turc-Pike y Pizarro.**

|                   | <b>BUDYKO</b> | <b>TURC-PIKE</b> | <b>PIZARRO</b> |
|-------------------|---------------|------------------|----------------|
| <b>Abril</b>      | 5.42          | 4.47             | 13.23          |
| <b>Mayo</b>       | 5.48          | 4.66             | 12.19          |
| <b>Junio</b>      | 2.08          | -1.86            | 5.20           |
| <b>Julio</b>      | 2.73          | 2.39             | 6.92           |
| <b>Agosto</b>     | 1.64          | -1.45            | 4.28           |
| <b>Septiembre</b> | 1.32          | 1.16             | 3.42           |
| <b>Octubre</b>    | 0.88          | 0.79             | 2.48           |
| <b>Noviembre</b>  | 1.32          | -1.13            | 3.38           |
| <b>Diciembre</b>  | 2.42          | -2.05            | 5.67           |
| <b>Enero</b>      | 1.18          | -1.01            | 2.80           |
| <b>Febrero</b>    | 2.39          | 2.01             | 5.78           |
| <b>Marzo</b>      | 3.28          | -2.82            | 9.12           |
| <b>Anual</b>      | <b>11.58</b>  | <b>10.29</b>     | <b>28.81</b>   |

Con los valores de k conocidos, se estimó la aportación para cada año respectivo; a continuación se entrega la tabla N°7 con las estimaciones y diferencias respectivas.

Tabla 7. Estimación del caudal en m<sup>3</sup>/seg por cada modelo para periodo de estudio.

| Años  | BUDYKO |       |        | TURC-PIKE |       |        | PIZARRO |       |        |
|-------|--------|-------|--------|-----------|-------|--------|---------|-------|--------|
|       | OBS    | MOD.  | DIF(%) | OBS       | MOD.  | DIF(%) | OBS     | MOD.  | DIF(%) |
| 78/79 | 25,9   | 28,84 | 11.33  | 25,9      | 28,91 | 11.62  | 25,9    | 28,77 | 11.06  |
| 79/80 | 35,2   | 26,20 | -25.59 | 35,2      | 26,21 | -25.54 | 35,2    | 25,79 | -26.73 |
| 80/81 | 33,5   | 35,51 | 5.99   | 33,5      | 35,71 | 6.58   | 33,5    | 36,39 | 8.63   |
| 81/82 | 28,1   | 30,55 | 8.70   | 28,1      | 30,65 | 9.06   | 28,1    | 30,70 | 9.25   |
| 82/83 | 33,4   | 35,22 | 5.45   | 33,4      | 35,41 | 6.00   | 33,4    | 36,05 | 7.94   |
| 83/84 | 20,3   | 20,58 | 1.39   | 20,3      | 20,46 | 0.79   | 20,3    | 19,61 | -3.39  |
| 84/85 | 31,3   | 36,08 | 15.26  | 31,3      | 36,28 | 15.90  | 31,3    | 37,04 | 18.33  |
| 85/86 | 23,5   | 24,95 | 6.18   | 23,5      | 24,93 | 6.10   | 23,5    | 24,40 | 3.83   |
| 86/87 | 29,9   | 33,32 | 11.45  | 29,9      | 33,47 | 11.96  | 29,9    | 33,87 | 13.29  |
| 87/88 | 24,5   | 26,28 | 7.27   | 24,5      | 26,29 | 7.32   | 24,5    | 25,88 | 5.64   |
| 88/89 | 17,8   | 18,25 | 2.55   | 17,8      | 18,07 | 1.53   | 17,8    | 17,12 | -3.79  |
| 89/90 | 20,4   | 18,89 | -7.41  | 20,4      | 18,72 | -8.22  | 20,4    | 17,80 | -12.76 |
| 90/91 | 23,5   | 22,00 | -6.40  | 23,5      | 21,91 | -6.77  | 23,5    | 21,14 | -10.03 |
| 91/92 | 27,2   | 27,27 | 0.26   | 27,2      | 27,30 | 0.38   | 27,2    | 26,99 | -0.76  |
| 92/93 | 35,3   | 34,84 | -1.31  | 35,3      | 35,02 | -0.80  | 35,3    | 35,61 | 0.88   |
| 93/94 | 35,3   | 33,47 | -5.17  | 35,3      | 33,63 | -4.73  | 35,3    | 34,05 | -3.55  |
| 94/95 | 27,6   | 25,21 | -8.66  | 27,6      | 25,20 | -8.70  | 27,6    | 24,69 | -10.56 |
| 95/96 | 27,6   | 22,98 | -16.74 | 27,6      | 22,92 | -16.96 | 27,6    | 22,22 | -19.49 |
| 96/97 | 14,1   | 12,79 | -9.31  | 14,1      | 12,47 | -11.59 | 14,1    | 11,54 | -18.15 |
| prom  | -      | -     | 8.23   | -         | -     | 8.45   | -       | -     | 9.90   |

OBS: Observado  
 MOD: Modelo  
 prom: promedio de las diferencial porcentuales (valor absoluto)

DIF(%): Diferencia Porcentual  
 $((MOD-OBS)/OBS)*100$

### 6.5.- Validación de los modelos directos

Aquí se entregan los valores de estimación de caudal de los cuatro modelos directos estudiados. Éstos se pudieron validar directamente, ya que aplicada una variable de entrada (precipitación), otorgaron una salida inmediata (caudal).

Tabla 8. Estimación de caudal anual en m<sup>3</sup>/seg, a través de los modelo directos.

| AÑO   | REAL | GRU.  | DIF(%) | PEÑ.  | DIF(%) | COU.  | DIF(%) | TURC  | DIF(%) |
|-------|------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| 78/79 | 25.9 | 30.37 | 17.26  | 32.07 | 23.82  | -     | -      | -     | -      |
| 79/80 | 35.2 | 27.62 | -21.53 | 29.32 | -16.70 | -     | -      | -     | -      |
| 80/81 | 33.5 | 37.26 | 11.22  | 38.96 | 16.30  | -     | -      | -     | -      |
| 81/82 | 28.1 | 32.14 | 14.38  | 33.83 | 20.39  | 32.01 | 13.91  | 40.58 | 44.41  |
| 82/83 | 33.4 | 36.96 | 10.66  | 38.65 | 15.72  | 36.26 | 8.56   | 45.39 | 35.90  |
| 83/84 | 20.3 | 21.72 | 7.00   | 23.41 | 15.32  | 21.02 | 3.55   | 30.17 | 48.62  |
| 84/85 | 31.3 | 37.84 | 20.89  | 39.53 | 26.29  | 37.38 | 19.42  | 46.27 | 47.83  |
| 85/86 | 23.5 | 26.32 | 12.00  | 28.01 | 19.19  | 25.58 | 8.85   | 34.76 | 47.91  |
| 86/87 | 29.9 | 35.00 | 17.06  | 36.70 | 22.74  | 34.45 | 15.22  | 43.44 | 45.28  |
| 87/88 | 24.5 | 27.71 | 13.10  | 29.40 | 20.00  | 26.73 | 9.10   | 36.15 | 47.55  |
| 88/89 | 17.8 | 19.23 | 8.03   | 20.93 | 17.58  | 18.49 | 3.88   | 27.69 | 55.56  |
| 89/90 | 20.4 | 19.91 | -2.40  | 21.61 | 5.93   | 19.08 | -6.47  | 28.37 | 39.07  |
| 90/91 | 23.5 | 23.21 | -1.23  | 24.91 | 6.00   | 22.47 | -4.38  | 31.66 | 34.72  |
| 91/92 | 27.2 | 28.74 | 5.66   | 30.43 | 11.88  | 28.19 | 3.64   | 37.18 | 36.69  |
| 92/93 | 35.3 | 36.56 | 3.57   | 38.26 | 8.39   | 35.82 | 1.47   | 45.00 | 27.48  |
| 93/94 | 35.3 | 35.16 | -0.40  | 36.86 | 4.42   | 34.18 | -3.17  | 43.60 | 23.51  |
| 94/95 | 27.6 | 26.59 | -3.66  | 28.28 | 2.46   | 27.08 | -1.88  | 35.03 | 26.92  |
| 95/96 | 27.6 | 24.25 | -12.14 | 25.95 | -5.98  | 23.46 | -15.00 | 32.70 | 18.48  |
| 96/97 | 14.1 | 13.28 | -5.82  | 14.98 | 6.24   | 12.64 | -10.35 | 21.74 | 54.18  |
| 97/98 | 30.1 | 35.84 | 19.07  | 37.53 | 24.68  | 34.77 | 15.51  | 44.27 | 47.08  |
| 98/99 | 9.79 | 12.56 | 28.29  | 14.26 | 45.66  | 11.49 | 17.36  | 21.02 | 114.71 |
| 99/00 | 20.9 | 20.55 | -1.67  | 22.24 | 6.41   | 19.47 | -6.84  | 29.00 | 38.76  |
| prom  | -    | -     | 10.77  | -     | 15.55  | -     | 8.87   | -     | 43.92  |

REAL: Observado

GRU: grunskyu

PEÑ: Peñuelas

prom: promedio de las diferencial porcentuales (valor absoluto)

DIF(%): Diferencia Porcentual

$$((MOD-OBS)/OBS)*100$$

COU: Coutagne

## **6.6.- Medidas de Bondad de Ajuste**

### **6.6.1.- Error estándar de estimación**

Como primer elemento analítico para deducir cuál de los modelos es el más adecuado para ser utilizado en esta cuenca, se obtuvo el error estándar de estimación, medida que permite conocer cuánto se desvía el valor estimado del valor real. Se obtuvo este indicador tanto para la calibración como para la validación de los modelos respectivos. Los valores del indicador para los modelos calibrados y validados se encuentran en las tablas N°12 y N°13 respectivamente

### **6.6.2.- Coeficiente de determinación**

Mediante este coeficiente se trata de determinar cual de los modelos se ajusta mejor a los datos de la cuenca. Sin embargo, en el estudio, el coeficiente se utilizó además para determinar cual de los modelos calibrados resultó ser el modelo que en teoría expresaría el mayor porcentaje de la variación total del modelo. Del mismo modo, se utilizó para el caso de la validación de los modelos. Los resultados arrojados para modelos calibrados y validados se encuentran en las tablas N°14 y N°15 respectivamente.

Tabla 12. Valores error estándar de estimación para los modelos indirectos.

|                   | <b>ERROR ESTÁNDAR DE ESTIMACIÓN (m<sup>3</sup>/seg)</b> |                  |                |
|-------------------|---|------------------|----------------|
|                   | <b>BUDYKO</b>   | <b>TURC-PIKE</b> | <b>PIZARRO</b> |
| <b>Abril</b>      | 0.23  | 0.22             | 0.18           |
| <b>Mayo</b>       | 0.79  | 0.80             | 0.80           |
| <b>Junio</b>      | 0.85  | 0.85             | 0.84           |
| <b>Julio</b>      | 1.42  | 1.45             | 1.52           |
| <b>Agosto</b>     | 0.92  | 0.94             | 1.01           |
| <b>Septiembre</b> | 0.57  | 0.59             | 0.67           |
| <b>Octubre</b>    | 0.65  | 0.67             | 0.73           |
| <b>Noviembre</b>  | 0.60  | 0.62             | 0.64           |
| <b>Diciembre</b>  | 0.63  | 0.62             | 0.64           |
| <b>Enero</b>      | 0.31  | 0.31             | 0.28           |
| <b>Febrero</b>    | 0.26  | 0.26             | 0.23           |
| <b>Marzo</b>      | 0.27  | 0.25             | 0.22           |
| <b>Anual</b>      | <b>3.16</b>   | <b>3.22</b>      | <b>3.57</b>    |

Tabla 13. Valores de error estándar de estimación para los modelos directos.

| <b>ERROR ESTÁNDAR DE ESTIMACIÓN (m<sup>3</sup>/seg)</b> |                |                 |                 |              |
|---|----------------|-----------------|-----------------|--------------|
|   | <b>GRUNSKY</b> | <b>PEÑUELAS</b> | <b>COUTAGNE</b> | <b>TURC</b>  |
| <b>Abril</b>  | 3.5            | 3.5             | 5.0             | 3.4          |
| <b>Mayo</b>   | 6.2            | 16.2            | 16.7            | 12.3         |
| <b>Junio</b>  | 18.6           | 18.6            | 19.0            | 18.7         |
| <b>Julio</b>  | 14.5           | 14.5            | 11.6            | 12.7         |
| <b>Agosto</b>   | 8.1            | 8.1             | 12.9            | 7.6          |
| <b>Septiembre</b>                                       | 5.8            | 5.8             | 9.4             | 5.5          |
| <b>Octubre</b>  | 7.9            | 7.9             | 13.6            | 7.3          |
| <b>Noviembre</b>  | 4.2            | 4.4             | 4.5             | 4.0          |
| <b>Diciembre</b>  | 5.9            | 5.9             | 11.7            | 5.5          |
| <b>Enero</b>  | 1.3            | 1.3             | 1.1             | 1.9          |
| <b>Febrero</b>  | 0.7            | 0.7             | 0.7             | 0.7          |
| <b>Marzo</b>  | 1.3            | 1.3             | 1.3             | 1.3          |
| <b>Anual</b>  | <b>3.14</b>    | <b>4.37</b>     | <b>2.22</b>     | <b>10.77</b> |

Tabla 14. Valores de coeficiente de determinación para los modelos indirectos.

| <b>COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN (%)</b> |               |                  |                |
|---|---------------|------------------|----------------|
|   | <b>BUDYKO</b> | <b>TURC-PIKE</b> | <b>PIZARRO</b> |
| <b>Abril</b>                            | 74            | 77               | 84             |
| <b>Mayo</b>                             | 92            | 92               | 92             |
| <b>Junio</b>                            | 80            | 80               | 81             |
| <b>Julio</b>                            | 51            | 49               | 43             |
| <b>Agosto</b>                           | 38            | 36               | 26             |
| <b>Septiembre</b>                       | 53            | 50               | 35             |
| <b>Octubre</b>                          | 60            | 61               | 53             |
| <b>Noviembre</b>                        | 24            | 18               | 13             |
| <b>Diciembre</b>                        | 47            | 45               | 49             |
| <b>Enero</b>                            | 0             | 0                | 0              |
| <b>Febrero</b>                          | 0             | 0                | 0              |
| <b>Marzo</b>                            | 0             | 0                | 0              |
| <b>Anual</b>                            | <b>74</b>     | <b>73</b>        | <b>69</b>      |

Tabla 15. Valores de coeficiente de determinación para los modelos directos.

|                   | <b>COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN (%)</b> |                 |                 |             |
|-------------------|---|-----------------|-----------------|-------------|
|                   | <b>GRUNSKY</b>                          | <b>PEÑUELAS</b> | <b>COUTAGNE</b> | <b>TURC</b> |
| <b>Abril</b>      | 59                                      | 59              | 16              | 61          |
| <b>Mayo</b>       | 75                                      | 75              | 74              | 85          |
| <b>Junio</b>      | 35                                      | 35              | 33              | 35          |
| <b>Julio</b>      | 65                                      | 65              | 78              | 74          |
| <b>Agosto</b>     | 67                                      | 67              | 18              | 71          |
| <b>Septiembre</b> | 65                                      | 65              | 10              | 69          |
| <b>Octubre</b>    | 66                                      | 66              | 0               | 71          |
| <b>Noviembre</b>  | 65                                      | 65              | 62              | 70          |
| <b>Diciembre</b>  | 74                                      | 74              | 5               | 78          |
| <b>Enero</b>      | 88                                      | 88              | 92              | 75          |
| <b>Febrero</b>    | 2                                       | 2               | 5               | 0           |
| <b>Marzo</b>      | 3                                       | 3               | 0.5             | 5.5         |
| <b>Anual</b>      | <b>79</b>                               | <b>60</b>       | <b>83</b>       | <b>0</b>    |

#### 6.6.- Análisis de concordancia de Bland y Altman (ACBA)

Este ajuste permitió identificar el o los modelos que difirieron del resto según las diferencias entre lo real y lo estimado. Su análisis se realizó tanto de manera estadística como gráfica, con la idea de encontrar el mejor de los ajustes. Cabe señalar, que el análisis de concordancia se realizó sólo a escala anual. Además, el análisis se acompañó del coeficiente de correlación para cada periodo, con el fin de conocer el valor de correlación entre el modelo y la situación real. Los resultados estadísticos para cada periodo se muestran en las tablas N°16 y N°17.

Tabla 16. Análisis de concordancia a escala anual en el periodo de estudio.

| ACBA      | Caudal medio anual (m <sup>3</sup> / seg) | Diferencia $x \pm ds$ | Límites de confianza |
|-----------|---|-----------------------|----------------------|
| Budyko    | 25.71 $\pm$ 7.59                          | -0.413 $\pm$ 2.44     | -5.19 / 4.36         |
| Turc-Pike | 25.69 $\pm$ 7.76                          | -0.398 $\pm$ 2.51     | -5.31 / 4.52         |
| Pizarro   | 25.41 $\pm$ 8.36                          | -0.119 $\pm$ 2.92     | -5.84 / 5.60         |

Tabla 16 (continuación). Análisis de concordancia a escala anual en el periodo de estudio.

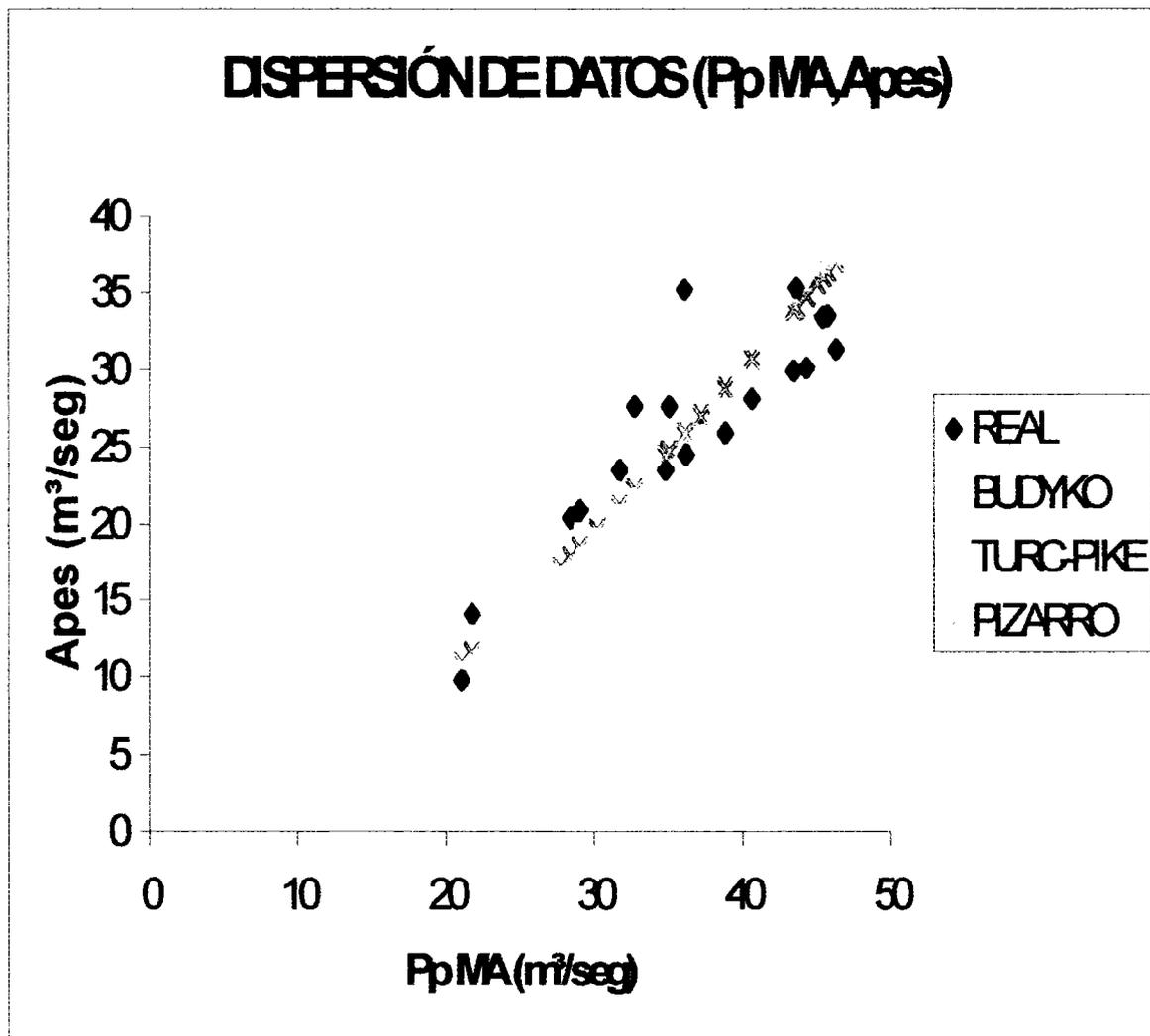
| ACBA     | Caudal medio anual (m <sup>3</sup> / seg) | Diferencia $x \pm ds$ | Límites de confianza |
|----------|---|-----------------------|----------------------|
| Grunsky  | 27.03 $\pm$ 7.98                          | -1.74 $\pm$ 2.59      | -6.81 / 3.34         |
| Peñuelas | 28.73 $\pm$ 7.98                          | -3.43 $\pm$ 2.59      | -8.51 / 1.64         |
| Coutagne | 26.35 $\pm$ 8.05                          | -1.05 $\pm$ 2.60      | -6.16 / 4.05         |
| Turc     | 35.47 $\pm$ 7.97                          | -10.18 $\pm$ 2.59     | -15.25 / -5.11       |

Tabla 17. Coeficiente de correlación de cada modelo validado para el periodo de estudio.

| <b>r</b>  |      |
|-----------|------|
| Budyko    | 0.95 |
| Turc-Pike | 0.95 |
| Pizarro   | 0.94 |
| Grunsky   | 0.95 |
| Peñuelas  | 0.95 |
| Coutagne  | 0.95 |
| Turc      | 0.95 |

En el contexto gráfico, los resultados que se exhiben a continuación se generan del análisis exploratorio del ACBA. La representación gráfica (figuras N°8 a y b) corresponde

a la dispersión de cada uno de los caudales generados por los modelos versus la precipitación media areal, todo lo anterior expresado en mm.



**Figura N°8a.** Gráfico exploratorio anual de los modelos calibrados para el periodo total.

## 6.7.- Análisis de Varianza (ANDEVA)

La última prueba aplicada fue el ANDEVA, prueba que mide el cumplimiento de la hipótesis de efectos entre las medias de cada modelo (valor  $p > 0.05$ ). A continuación se muestran las tablas resultados para los modelos calibrados y validados en el periodo de análisis.

**Tabla 19. ANDEVA de modelos indirectos para el periodo de estudio.**

| Fuente de Variación | Suma de Cuadrados (SC) | Grados de Libertad (g.l.) | Cuadrados Medios (CM) | F calculado (Fc) | Valor de P (Vp) |
|---------------------|------------------------|---------------------------|-----------------------|------------------|-----------------|
| Entre modelos       | 2.41                   | 3                         | 0.803                 | 0.44             | <b>0.72 NDS</b> |
| Entre años          | 4147.5                 | 18                        | 230.41                | 126.82           | <b>0.0000</b>   |
| Error               | 98.11                  | 54                        | 1.81                  |                  |                 |
| TOTAL               | 4247.98                | 75                        |                       |                  |                 |

**NDS:** no existe diferencia significativa entre los modelos ( $p > 0.05$ )

**Tabla 20. ANDEVA de modelos directos para el periodo de estudio.**

| Fuente de Variación | Suma de Cuadrados (SC) | Grados de Libertad (g.l.) | Cuadrados Medios (CM) | F calculado (Fc) | Valor de P (Vp) |
|---------------------|------------------------|---------------------------|-----------------------|------------------|-----------------|
| Entre modelos       | 1249.2                 | 4                         | 312.3                 | 228.9            | <b>0.00*</b>    |
| Entre años          | 5369.4                 | 18                        | 298.3                 | 218.7            | <b>0.00*</b>    |
| Error               | 98.2                   | 72                        | 1.36                  |                  |                 |
| TOTAL               | 6716.8                 | 94                        |                       |                  |                 |

\* Existe diferencia significativa entre los modelos (al menos uno de ellos difiere de las medias del resto;  $p < 0.05$ )

Para validar los resultados matemáticos que se acaban de exponer, se entregan resultados gráficos, figuras N°9 y N°10, donde se observa la distribución de las medias para cada uno de los modelos, es decir, demuestran el comportamiento de las variables predichas respecto al caso real.

### MEDIA E INTERVALO DE CONFIANZA 95%

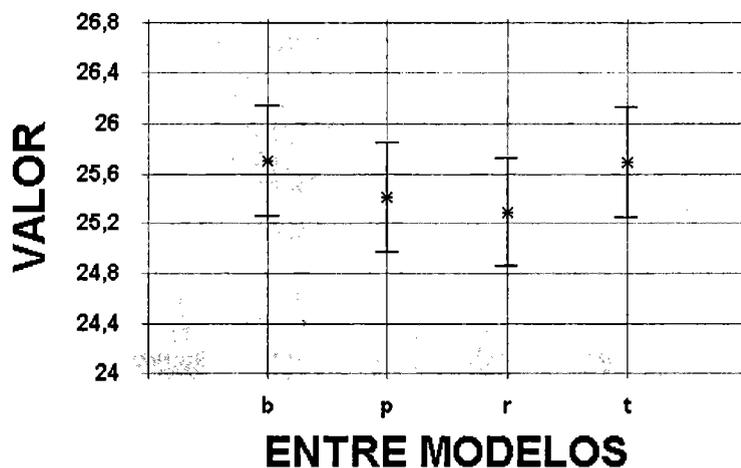


Figura N°9. Distribución de las medias para cada modelo indirecto (b: Budyko; t: Turc-pike; p: Pizarro; r: Caudal observado).

### MEDIA E INTERVALO DE CONFIANZA 95%

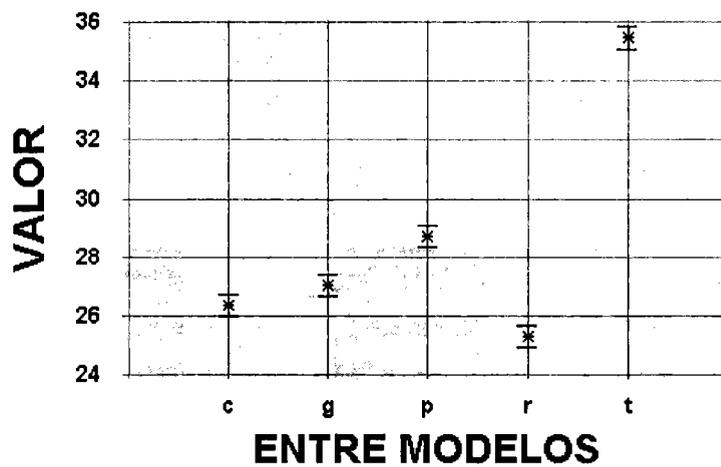


Figura N°10. Distribución de las medias para cada modelo directo (g: Grunsky; p: Peñuelas; c: Coutagne; t: Turc; r: Caudal observado).

Con la ayuda de los gráficos anteriores. se puede apreciar el comportamiento de cada uno de los modelos. a través de la distribución de sus medias. En la figura N°9. se aprecia que en realidad no existe diferencia significativa entre los modelos. siendo Pizarro el más próximo al caudal real.

Mientras que para los modelos directos. figura N°10. la diferencia existente se produce porque la media del modelo de Turc se aleja demasiado de la media del caudal real. En otras palabras. Turc. está constantemente sobrestimando el valor del caudal para la cuenca del río Malleco. lo que se reafirma al ver la figura N°8b.

## 7.- ANÁLISIS DE RESULTADOS

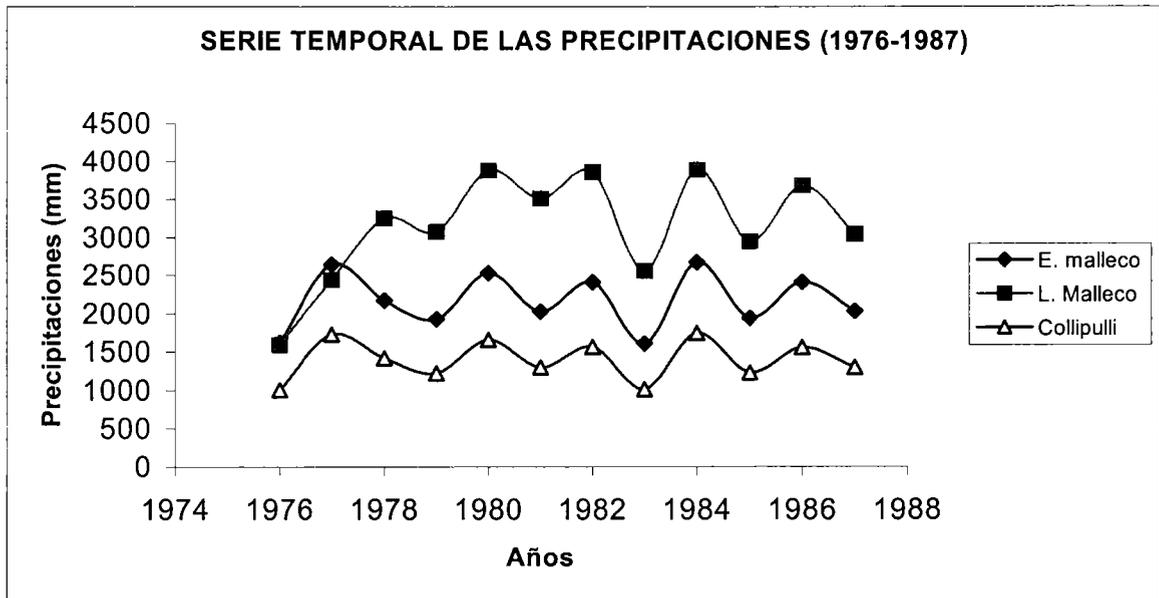
### 7.1.- Completación de datos

La completación de datos se realizó para la estación *Encimar Malleco*, estación que carecía de registros desde 1976 hasta 1987. A través del método de regresión lineal, se completaron los valores de dicha estación; para este caso, la estación patrón utilizada fue *Collipulli* y no *Laguna Malleco*. Ello, porque el mayor  $R^2$  (87%) se encontró entre *Collipulli* y la estación con datos faltantes (*Encimar Malleco*).

Además, si se considera la distancia lineal en kilómetros entre las tres estaciones utilizadas para el estudio, *Collipulli* se encuentra más cercana a *Encimar Malleco* que su similar *Laguna Malleco*, por lo que es más factible que exista menos variación entre las precipitaciones que influyen en ambas estaciones, confirmándose así la utilización de dicha estación para la completación.

Los modelos transformados de regresión lineal simple para estimar precipitaciones de la estación *Encimar Malleco*, se muestran en el anexo N°1.

Asimismo estos modelos, para la misma serie de tiempo (1976-1987), estimaron valores de precipitación anual mayores que los que se registraron en la estación patrón *Collipulli*, como se puede apreciar en la figura N° 11. Por otra parte, estos mismos valores son en general menores que los registros de la estación *Laguna Malleco*, lo cual se explica, porque *L. Malleco* se encuentra ubicada en una zona cordillerana donde los niveles pluviométricos son mucho más altos que el resto de las estaciones. Las únicas salvedades son los años 1976 y 1977, que pueden ser causa de errores de medición o errores de otra índole. No obstante, estos años no se utilizaron al momento de calibrar y validar los modelos, ya que en ellos la Aportación específica es mayor que la Precipitación media areal.



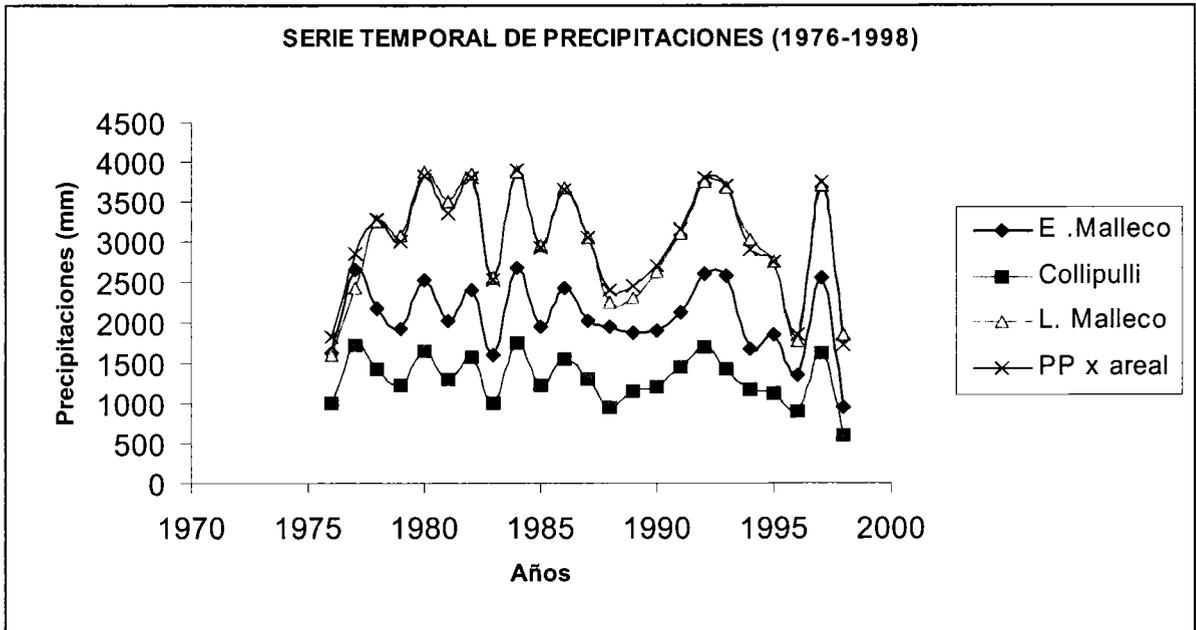
**Figura N°11.** Serie temporal (1976-1987) de precipitaciones anuales en mm para cada una de las estaciones evaluadas en este estudio.

## 7.2.- Precipitaciones medias areales (Pp MA)

La obtención de la precipitación media areal, tanto a escala anual como mensual, se consiguió tras la aplicación del método de los Polígonos de Thiessen. Si bien es cierto el método no incluye todos los efectos orográficos presentes en la cuenca del río Malleco, es un buen homogeneizador de las precipitaciones, asumiendo una distribución constante sobre todas las zonas de influencia de las estaciones respectivas, lo cual es obviamente cuestionable dado la variada geografía que presenta Chile.

Dentro del mismo contexto y dada la forma especial de la cuenca del río Malleco, de todas las estaciones pluviométricas, sólo la estación *Laguna Malleco* se encuentra dentro de la cuenca (ver Figura N°6, capítulo 5). Lo interesante de ello, es que dicha estación es también quien presenta la mayor superficie de influencia (72,2%), lo que obedece nuevamente a la forma de la cuenca. Por lo tanto, gran parte de la precipitación media areal de la cuenca está influenciada por dicha estación (ver figura N°12),

significando esto que la mayor proporción de la información generada por el estudio, se basa en los valores de precipitación obtenidos en dicha estación.



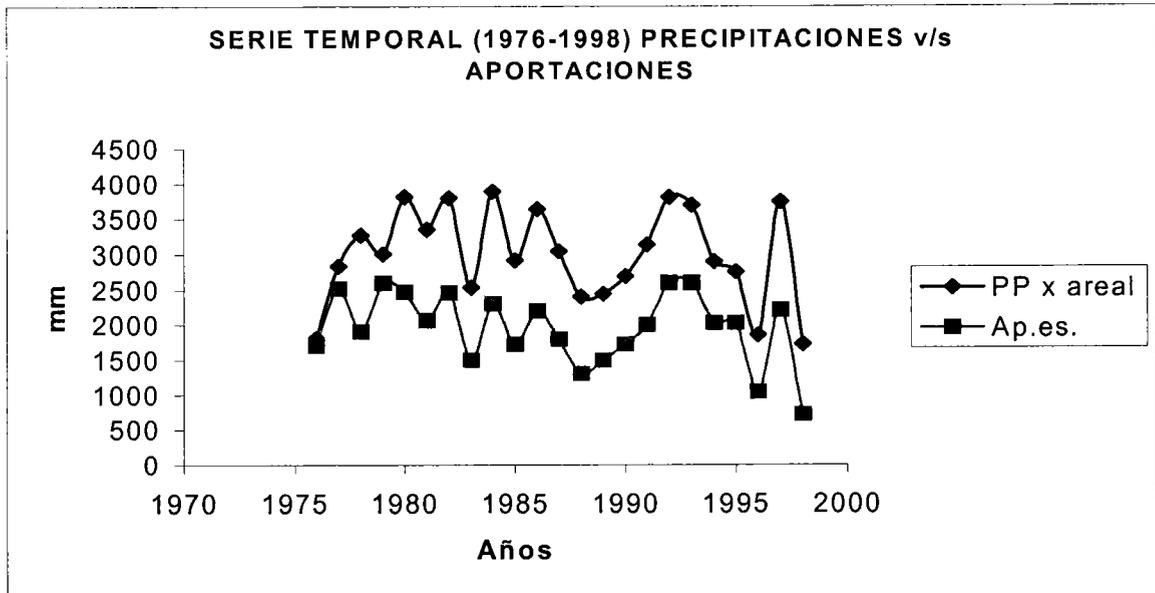
**Figura N°12.** Serie temporal de precipitaciones anuales en mm, para cada una de las estaciones, incluida la precipitación media areal obtenida en el estudio.

### 7.3.- Aportación específica (Apes)

Comparando la aportación específica con la precipitación media areal de cada año, se puede sostener que hay una distribución lógica de esta variable - de salida - respecto a su par, la variable de entrada (precipitación) en lo que se refiere a la disminución o aumento de cada una de ellas durante todo el periodo de estudio (1976-1999). Esto último se refiere a que un aumento de la precipitación en cierto periodo, provocó también un aumento de la aportación y viceversa.

Sin embargo, entre los años 1977 y 1981 (ver figura N°13) se produce un efecto diferente, además de contradictorio entre ambas variables. De hecho, en la medida que la precipitación aumenta de 1977 a 1978, la aportación disminuye, siguiendo este patrón

hasta 1980, año en el cual comienzan a tener una tendencia similar ambas variables, vale decir, si aumenta la precipitación, también lo hace la aportación y viceversa.



**Figura N°13.** Serie temporal de precipitación media areal (mm) y aportación específica (mm) para el periodo de estudio.

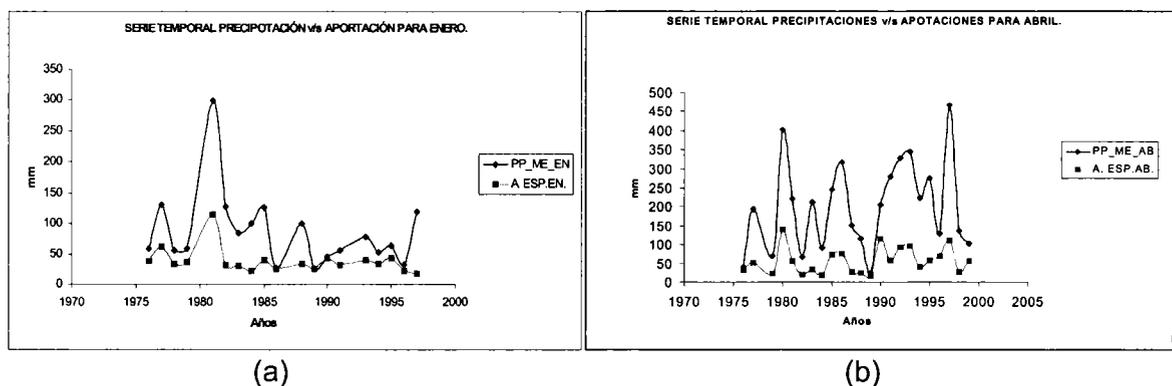
Lo anteriormente señalado se puede explicar de la siguiente manera. Puede ser que durante esos años en los cuales se comenzó con la medición de caudal, la calibración del instrumento (limnógrafo) puede no haber sido la ideal, por lo que los cálculos para los primeros meses no eran los verdaderos. Otra razón puede ser el error de medición por parte de las personas encargadas de anotar los registros, las cuales por su poca experiencia de trabajo con el equipo, provocaron dichos errores, errores que por lo demás son irreparables.

## 7.4.- Análisis de test y pruebas estadísticas para cada tipo de modelo en estudio

### 7.4.1.- Modelos Indirectos

A escala anual se puede apreciar en la tabla N°12 y N°14, que en el periodo total el modelo que presenta un  $R^2$  mayor (74%) y el más bajo error estándar de estimación EEE (3.16 m<sup>3</sup>/seg), es el modelo de Budyko. Posteriormente, lo sigue el modelo de Turc-Pike (73% y 3.22 m<sup>3</sup>/seg) y finalmente el modelo de Pizarro (69% y 3.57 m<sup>3</sup>/seg). A escala mensual, no se puede decidir entre un modelo u otro, dada la gran variedad entre uno y otro mes. No obstante, hay que destacar algunos meses en los cuales se alcanzó valores aceptables de  $R^2$ , como fue en Abril, Mayo y Junio ( $R^2 > 0.75$ ). Por otra parte, meses como Enero, Febrero y Marzo, arrojaron valores de ajuste iguales a cero.

Las razones del comportamiento mensual recién descrito, pueden apreciarse en la figura N°14. En meses en los cuales se obtuvieron buenas medidas de ajuste es posible observar un comportamiento relacionado de la aportación específica (Apes) con la precipitación media anual (Pp MA). Vale decir, que un aumento de la Pp MA implica un aumento de Apes y viceversa (ver figura N°14b). Mientras tanto, en meses de bajos resultados no ocurre dicha relación entre una u otra variable, en este caso la Apes no es tan variable como la Pp MA (ver figura N°14a). De lo anterior, se desprende el hecho de no aplicar el resto de las bondades de ajuste a escala mensual, por el escaso aporte que ello significaría.



**Figura N°14.** Serie temporal de precipitaciones v/s aportaciones para el periodo total en mm, en Enero (a) y Abril (b).

Por otra parte, y a diferencia de lo que ocurrió con el  $R^2$  y EEE anual, analizando matemáticamente el ACBA (ver tabla N°16), se observa que es Pizarro quien obtiene el menor de los promedios de las diferencias respecto al caudal real ( $-0.119 \text{ m}^3/\text{seg} \pm 2.92$ ), no así la menor de las desviaciones estándares. Lo anterior también se puede ver reflejado, al observar en el anexo N°2 el gráfico de las DIF v/s los PROM. A pesar de esto, es en este punto donde se puede apreciar con mayor claridad que no hay grandes diferencias entre los modelos indirectos, sobre todo al momento de ver la distribución de los puntos en estos gráficos, lo que obedece a la estructura similar entre ellos.

Para demostrar lo anterior, se realizó el ANDEVA, tanto entre modelos como entre años (ver tabla N°19). Para el primero de los casos, y obedeciendo al objetivo del estudio, se demostró que no existen diferencias significativas entre las medias anuales del caudal estimado de los modelos indirectos en estudio (valor  $p = 0.72$ ; ver figura N°9). El segundo de los casos, diferencias entre años, presentó diferencias significativas entre ellos (valor  $p = 0$ ), lo que es de esperar porque el caudal varía constantemente de un año a otro.

De esta manera, se aprecia que los modelos indirectos responden con buenos resultados en comparación a la situación real; sin embargo, no se puede olvidar que este tipo de modelos no fueron validados para una serie de tiempo relativamente larga (después de 1996), si no más bien, se dejaron los años finales (1997,1998,1999) con motivo de formular una idea de cómo los modelos responderían a datos reales no utilizados en la calibración.

#### **7.4.2.- Modelos Directos**

Como ya se ha señalado, estos modelos no necesitaron de la calibración previa de alguna de sus variables, demostrando así su ventaja principal al momento de compararlos con los modelos indirectos.

En relación con las dos primeras medidas de bondad de ajuste ( $R^2$  y EEE), anualmente se pudo observar que hubo bastante diferencia entre los modelos. Es así como Coutagne fue el modelo que obtuvo el más alto  $R^2$  (83%) y el más bajo EEE (2.22

Esto se traduce en 346 millones de m<sup>3</sup> anuales aproximadamente que no existirían, pudiéndose generar por ejemplo, la construcción de obras civiles bajo estas condiciones inexistentes.

En consecuencia y considerando las cuatro pruebas estadísticas ya analizadas, se establece a Coutagne como el modelo precipitación-escorrentía directo a ser utilizado en la estimación del caudal en el río Malleco.

#### **7.4.3.- Caracterización de ambos tipos de modelos**

El análisis y evaluación que se realizó, se vio contrarrestado por la dificultad de trabajar con modelos de naturaleza distinta, es decir, modelos indirectos y directos. Sin embargo, esta dificultad sólo se presenta porque los modelos indirectos requieren de una calibración previa antes de ser validados. Aún así y como se ha podido apreciar durante esta etapa, el análisis se ha realizado considerando cada naturaleza de manera separada.

Por otra parte, importante es destacar que la serie de tiempo utilizada para calibrar los modelos indirectos dejó una cantidad de años insuficientes para validar estos modelos previamente calibrados. De hecho y como ya ha sido explicado en más de una oportunidad, sólo se dejaron tres años para analizar el comportamiento de los modelos. El resto de los resultados arrojados por Budyko, Turc-Pike y Pizarro, están en parte sesgados porque la estimación del caudal para un año específico se obtuvo con valores de precipitación que se ocuparon en calcular el parámetro K, que estima la evapotranspiración potencial.

No obstante, en este mismo contexto y con el fin de estudiar el comportamiento de los diferentes modelos trabajados en esta memoria, se realizó el análisis siguiente. Así, y como se dejaron tres años para aplicar una comprobación preliminar, se establece la Tabla N°23, que muestra los caudales reales anuales y los estimados por el conjunto de modelos para los años 97/98, 98/99 y 99/00.

**Tabla N°23. Diferencias porcentuales en m<sup>3</sup>/seg, entre el caudal real y los modelos en estudio, para los años 97/98, 98/99 y 99/00.**

| <b>AÑO</b>   | <b>Caudal Real (m<sup>3</sup>/seg)</b> | <b>Bud.</b> | <b>Δ %</b> | <b>T-P.</b> | <b>Δ %</b> | <b>Piz.</b> | <b>Δ %</b> | <b>Gru.</b> | <b>Δ %</b> | <b>Pñ.</b> | <b>Δ %</b> | <b>Ctg.</b> | <b>Δ %</b> | <b>Turc</b> | <b>Δ %</b> |
|--------------|--|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|
| <b>97/98</b> | 30.1                                   | 34.1        | 13.3*      | 34.3        | 13.9       | 34.8        | 15.3       | 42.3        | 40.5       | 43.9       | 45.8       | 34.8        | 15.6       | 44.3        | 47.2       |
| <b>98/99</b> | 9.79                                   | 12.1        | 23.6       | 11.8        | 20.5       | 10.9        | 11.3*      | 14.9        | 53.1       | 16.9       | 72.6       | 11.5        | 17.4       | 21.0        | 114.5      |
| <b>99/00</b> | 20.9                                   | 19.5        | -6.7       | 19.3        | -7.6       | 18.4        | -11.9      | 20.6        | -1.4*      | 22.2       | 6.2        | 19.5        | -6.7       | 29.0        | 38.7       |
| <b>Prom</b>  | -                                      | -           | 14.5       | -           | 14.0       | -           | 12.8*      | -           | 31.7       | -          | 41.6       | -           | 13.3*      | -           | 66.8       |

La menor de las diferencias se encuentra con \*.

Prom: promedio de las diferencias porcentuales

Δ % : Diferencia porcentual

Bud. : Budyko  
T-P. : Turc-Pike  
Piz. : Pizarro

Gru. : Grunsky  
Pñ. : Peñuelas  
Ctg. : Coutagne

Como se puede apreciar en la tabla N°23, esta comprobación preliminar con tres años, entrega una visión de lo que sucede entre los modelos directos e indirectos. Puntualmente, se puede observar que los modelos indirectos en general están mucho más cerca del valor real que los directos, aun cuando la diferencia entre ellos no es tan marcada.

Para el año 98, Pizarro se aproxima más al valor real que Budyko. Asimismo, este último obtuvo la menor diferencia en el 97, lo que produce dudas al momento de elegir entre un modelo y el otro. Más aún, en el año 99 es el modelo de Grunsky el que alcanza la menor de las diferencias. Esto demuestra claramente que tres años no permiten escoger entre un tipo de modelo y otro, especialmente porque se producen variaciones bien marcadas entre uno y otro, aunque otorga una visión del comportamiento de ellos para algunos años. Lo que sí queda claro, es que los modelos directos, a excepción de Coutagne, no deberían ser utilizados en el cálculo del caudal medio anual para la cuenca del río Malleco en la IX Región. Además. Por último, al considerar la menor de las diferencias promedios, se observa claramente que Pizarro es el más cercano al valor real, muy seguido de Coutagne.

Finalmente, a la hora de elegir qué tipo de modelo se debe ocupar para calcular el caudal del río Malleco en la Novena Región, el estudio postula que se deben utilizar los modelos Indirectos, específicamente el modelo de Pizarro. Por otra parte, si han de ocuparse los modelos directos, el modelo más acertado es el modelo de Coutagne. Ambos modelos son quienes entregan la mejor de las estimaciones bajo las condiciones que acá se plantearon.

#### **7.4.3.- Comparación de resultados con otros estudios.**

Para facilitar el análisis de la comparación de resultados entre los estudios realizados en la Séptima Región, con los resultados emanados en este estudio, se muestran las siguiente tablas resúmenes:



Tabla N°24. Resultados de estudios de relaciones precipitación-escorrentía, realizados en la cuenca del río Achibueno VII región del Maule (superficie 946 km<sup>2</sup>).

|                          | MARABOLÍ   |             |             | SANDOVAL   |            |             |             |
|--------------------------|------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|
|                          | BUDYKO     | TURC-PIKE   | PIZARRO     | GRUNSKY    | PEÑUELAS   | COUTAGNE    | TURC        |
| R <sup>2</sup> (%)       | 88         | 88          | 88          | 79         | 79         | 78          | 78          |
| EE (m <sup>3</sup> /seg) | 1.87       | 1.58        | 3.0         | 8.4        | 6.6        | 9.1         | 9.8         |
| BA (m <sup>3</sup> /seg) | 0.03 ± 5.1 | 0.009 ± 5.2 | -0.17 ± 5.2 | -9.2 ± 7.5 | -5.5 ± 7.5 | -10.1 ± 7.5 | -11.2 ± 7.8 |
| ANDEVA                   | p < 0.05   |             |             | p > 0.05   |            |             |             |

Tabla N°25. Resultados de estudios de relaciones precipitación-escorrentía, realizados en la cuenca del río Malleco IX Región de Araucanía (superficie 428 km<sup>2</sup>).

|                          | SÁNCHEZ     |             |             |            |            |            |             |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|-------------|
|                          | BUDYKO      | TURC-PIKE   | PIZARRO     | GRUNSKY    | PEÑUELAS   | COUTAGNE   | TURC        |
| R <sup>2</sup> (%)       | 74          | 73          | 69          | 79         | 60         | 83         | 0           |
| EE (m <sup>3</sup> /seg) | 3.16        | 3.22        | 3.56        | 3.14       | 4.37       | 2.22       | 10.77       |
| BA (m <sup>3</sup> /seg) | -0.41 ± 2.4 | -0.39 ± 2.5 | -0.12 ± 2.9 | -1.7 ± 2.6 | -3.4 ± 2.6 | -1.1 ± 2.6 | -10.1 ± 2.6 |
| ANDEVA                   | p < 0.05    |             | p > 0.05    |            |            |            |             |

Antes de comparar los resultados de los distintos estudios realizados, se debe destacar que existen diferencias en cuanto al clima que afecta a cada una de las cuencas, las superficies de ellas y por último el tipo de régimen que ellas poseen. En otras palabras, lo anterior no podría no dejarse de considerar al momento de la elección de uno u otro modelo, para el cálculo del caudal medio anual en una cuenca respectiva.

No obstante, sobre la base de los trabajos realizados, es posible destacar las siguientes ideas. Por ejemplo, los modelos indirectos, independiente de cual se utilice, son los que presentan los mejores resultados en Achibueno, VII Región y Malleco, IX Región. Las diferencias entre ellos son tan mínimas que los hacen uniformes a los tres.

Por otra parte, respecto al EEE, se puede señalar que en la cuenca del río Achibueno, la diferencia entre los modelos indirectos y directos es mucho más marcada que lo que ocurrió en la cuenca del río Malleco. Sin embargo, en esta última cuenca, el modelo de Turc, se escapa demasiado del resto de los modelos.

También en lo que se refiere al  $R^2$ , ocurre algo diferente en ambas cuencas; mientras en el Achibueno, los modelos indirectos arrojaron valores superiores a los directos, en Malleco los modelos indirectos presentan valores más bajos que dos de los modelos directos, a saber, Coutagne y Grunsky.

Otro aspecto a considerar, es que en ambas cuencas se puede apreciar que los resultados del ANDEVA, demuestran que existen diferencias significativas entre los modelos directos; más aún, el modelo que marca la diferencia y que se aleja del caudal observado en ambas cuencas, es el modelo de Turc.

El último aspecto a considerar, es que en la cuenca del río Malleco, las diferencias entre los modelos indirectos y los directos, a excepción del modelo de Turc, son mucho menores que lo que sucedió en la cuenca del río Achibueno. Sin embargo, las series de tiempo utilizadas por los realizadores del estudio en la cuenca del Achibueno difieren entre ellos, lo que puede variar los cálculos estadísticos, al momento de elegir entre un modelo y otro.



Finalmente, son muchas las diferencias que se podrían encontrar entre los trabajos realizados por dichos autores; sin embargo, se observa en forma clara que existe una tendencia a un cálculo más real por parte de los modelos indirectos, no así en los modelos directos, los cuales presentan en general resultados que son menos aceptables que los modelos indirectos. No obstante, no se puede olvidar que los modelos indirectos deberían ser validados para series de tiempo mucho más largas.

## 8.- Conclusiones y Recomendaciones

### 8.1.- Conclusiones

Sobre la base de los análisis que se acaban de desarrollar en el capítulo anterior y considerando los objetivos planteados al comienzo de este trabajo, se establece lo siguiente:

- **Se verifica la nula aplicación de los modelos precipitación-escorrentía a escala mensual**

La aplicación de los modelos precipitación-escorrentía estudiados en esta memoria, independiente de su naturaleza matemática, es decir, modelos directos o indirectos, no deben ser aplicados a escala mensual, ya que es tan marcada la variación entre un mes y otro, que los modelos no son buenas herramientas para predecir en dicha escala de tiempo.

- **Las series de tiempo para los modelos indirectos deben ser extendidas**

Los modelos indirectos requieren de una serie de tiempo considerablemente amplia para ejecutar las dos etapas que se necesitan para definir un modelo de estas características, a saber, calibración y validación. En otras palabras, poseer la suficiente cantidad de registros primero para calibrar los modelos, y posteriormente, otra cantidad suficiente de registros, para validar dichos modelos; esta etapa no fue posible de realizar por la carencia de registros lo suficientemente extensos.

- **El modelo indirecto que se debe utilizar en calcular el caudal medio anual del río Malleco, es el modelo de Pizarro**

Aun cuando los modelos indirectos, en general se ajustaron muy bien a las condiciones reales de caudal, hay que destacar que no hubo diferencias tan marcadas entre ellos, salvo en  $R^2$  y EEE. Sin embargo, el modelo de Pizarro fue siempre el que estuvo más cerca de las condiciones reales, especialmente al momento de obtener la menor de las diferencias y las diferencias porcentuales respecto al caudal real.

- **El modelo directo que se debe utilizar para calcular el caudal medio anual del río Malleco, es el modelo de Coutagne**

En relación con los modelos directos, Coutagne es el que entregó los mejores resultados en todas las pruebas estadísticas en el estudio analizadas. Hay que destacar, que Coutagne es el único modelo directo que puede utilizarse en el Río Malleco, ya que el resto de los modelos sobrestiman constantemente el caudal de dicho río.

- **El modelo de Turc no debe ser utilizado en calcular el caudal medio anual del río Malleco**

Este modelo directo, no debe utilizarse en ningún caso para estimar el caudal medio anual, ya que se estarían incluyendo en él errores del orden del 43% promedio en  $m^3/seg$  anuales.

- **La mayor ventaja de los modelos directos es su aplicación inmediata**

Los modelos directos representan herramientas de fácil manejo al momento de ser consideradas para algún estudio, ya que ellos y como su nombre lo indica, necesitan de variables de entrada para originar una salida inmediata, a diferencia de los modelos indirectos, los que requieren de una calibración antes de ser usados. Sin

embargo, los estudios realizados demuestran que en la mayoría de los casos sus resultados son de menor calidad que los de los modelos indirectos.

- **De los modelos estudiados se recomienda el uso de Pizarro para la cuenca del río Malleco**

Finalmente, se postula utilizar el modelo Pizarro como modelo precipitación-escorrentía para estimar el caudal medio anual en el río Malleco, ya que sobre la base de los análisis, es quien representa la mejor de las estimaciones respecto al cauce real. Si bien es cierto, Pizarro entrega los mejores resultados para el periodo de estudio, se debe recordar que este tipo de modelos no se deben utilizar mientras no hayan sido efectivamente validados.

## **8.2.- Recomendaciones**

Como fundamentos claros que deben ser considerados en la realización de futuros estudios, se recomiendan los siguientes aspectos antes de ejecutar trabajos de esta misma naturaleza:

- ◆ **Existe la necesidad de extender las series de registros pluviométricos, fluviométricos y termométricos**

Si se quiere trabajar con herramientas tradicionales, a diferencia de los software de simulación para predecir caudal, necesariamente se debe contar con una rica fuente de datos (extensión mínima de 30 años) que permita solventar dichos estudios, aunque sea en el ámbito de la investigación. Esta conclusión considera obviamente el costo que esto significa, pero la reflexión nace por la dificultad que se presentó a la hora de conseguir registros, especialmente, registros termométricos.

- ◆ **Para el cálculo de las precipitaciones medias areales se recomienda los polígonos de Thiessen**

A pesar de que se usó el método de los Polígonos de Thiessen, en la estimación de las precipitaciones media areales, se recomienda estudiar la calidad de las estimaciones tal como se ha hecho por ejemplo en la VII Región del Maule. Ello, con el fin de poder utilizar el método ampliamente, descartándolo o limitándolo en su uso, aspecto que hoy no posee resultados.

- ◆ **Se recomienda utilizar modelos de simulación hidrológica a escala mensual**

Vistas las variaciones existentes en el ámbito mensual se recomienda intentar modelar a esta escala por medio de modelos de simulación hidrológica, que pueden absorber tal variabilidad y realizar pronósticos. Como ejemplo se pueden plantear los modelos T y Témez.

- ◆ **Finalmente, continuar con el estudio al cabo de los próximos cinco años**

La finalidad de dicha recomendación, apunta principalmente a revalidar o refutar las conclusiones aquí obtenidas, lo cual asegura un respaldo científico y técnico a las tareas hidrológicas.

## 9. – BIBLIOGRAFÍA

- Bedient, P. y Huber, W.** 1992. Hydrology and floodplain analysis. Addison-Wesley publishing company. U.S.A. 420 p.
- Bland, J. y Altam, D.** 1999. Statistical methods in medical research. Measuring agreement in methods comparative studies. Volumen 8, number 2. U.S.A. 135-160 pp.
- Chow, V.** 1994. Hidrología aplicada. Mc Graw-Hill Interamericana S.A. Colombia. 584 p.
- D.G.A.** 1999. Comité chileno para el programa Hidrológico Internacional. Día mundial del Agua 1999. Agua. [Http://www.dga.cl/dint\\_agua.htm](http://www.dga.cl/dint_agua.htm)
- Estrela, T.** 1992. Metodología y recomendaciones para la evaluación de recursos hídricos. Centro de estudios hidrográficos, M.O.P.F.M.A. Madrid, España. 52 p.
- Estrela, T.** 1992. Metodología matemática para la evaluación de recursos hídricos. Centro de estudios hidrográficos, M.O.P.F.M.A. Madrid, España. 52 p.
- Flores, J.** 1999. Aplicación de la ecuación de Manning para la estimación de caudales instantáneos en el río Maule (Estación Forel, VII Región). Tesis para optar al Grado de Licenciado en Ciencias Forestales. Talca, Chile. 103 p.
- Gujarati, D.** 1992. Econometría. 2° edición. Mac Graw-Hill Latinoamérica. D.F. México. 597 p.
- Llamas, J.** 1993. Hidrología general, principios y aplicaciones. Editorial Universidad del País Vasco. Bilbao, España. 618 p.



- Linsley, R. Kohler, M. y Paulus, J.** 1998. Hydrology for engineers. Editorial Mc Graw-Hill. Bogotá. Colombia. 384 p.
- Lopez, F.** 1998. Restauración hidrológico forestal de cuencas y control de la erosión. Ingeniería ambiental. Tragsa; Tragsatec; Ministerio del medio ambiente; Mundi-prensa. Madrid. España. 851p.
- Marabolí, F.** 2000. Evaluación de tres modelos precipitación-escorrentía (Budyko, Turc-Pike, Pizarro), en la cuenca del río Achibueno, VII Región, Chile. Tesis para optar al Grado de Licenciado en Ciencias Forestales. Talca, Chile. 79 p.
- Pizarro, R.** 1993. Elementos técnicos de hidrología III. Proyecto regional sobre uso y conservación de recursos hídricos en áreas rurales de América Latina y el Caribe. Universidad de Talca. Talca, Chile. 125 p.
- Pizarro, R.** 1996. Análisis comparativo de modelos matemáticos precipitación-escorrentía en cuencas de España peninsular. Departamento de Ingeniería Forestal, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Universidad Politécnica de Madrid. España. 320 p.
- Pizarro, R. y Torres, I.** 1998. Propuesta de un modelo matemático para la caracterización global del proceso precipitación-escorrentía en zonas semiáridas. En: Actas del I Congreso Latinoamericano IUFRO. Corporación Nacional Forestal, IUFRO. Valdivia, Chile.
- Ramírez, C.** 1998. Análisis comparativo de modelos para la estimación de precipitaciones areales anuales en periodos extremos. Tesis para optar al Grado de Licenciado en Ciencias Forestales. Talca, Chile. 58 p.
- Remenieras, G.** 1971. Tratado de hidrología aplicada. Editores asociados. España. 515 p.

**Singh, V.** 1988. Hydrologic Sistem. 2º Volumen. Prentice Hall, Englewoods Cliffs. New Jersey, Estados Unidos

**Unesco.** 1996. Proyecto 1.1 del PHI-IV: Aplicación de métodos de análisis hidrológico a partir de conjuntos de datos regionales (Regímenes de caudal de series de datos experimentales internacionales y Red-FRIENDS en inglés)  
<http://www.unesco.org.uy/phi/wateresp/wat6/wat6-Proyec.html>

# APÉNDICE

## APÉNDICE N°1. PRECIPITACIÓN MENSUAL Y ANUAL EN MM PARA LA ESTACIÓN COLLIPULLI

| AÑO   | ABR   | MAY   | JUN   | JUL   | AGO   | SEP   | OCT   | NOV   | DIC   | ENE  | FEB  | MAR  | ANUAL  |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|--------|
| 76/77 | 10,6  | 141   | 231   | 63,9  | 91,1  | 93,3  | 124,7 | 76    | 99,2  | 32   | 7,3  | 36,7 | 1006,8 |
| 77/78 | 60,5  | 376,8 | 225   | 415,4 | 137,6 | 83,3  | 178,5 | 88,7  | 26,2  | 87,9 | 3,9  | 39,8 | 1723,6 |
| 78/79 | 6,3   | 193,5 | 175,7 | 500,3 | 83,1  | 212,3 | 112,8 | 103   | 0     | 12,6 | 15,2 | 0,3  | 1415,1 |
| 79/80 | 39,8  | 158,8 | 76,7  | 286,7 | 207,1 | 136,6 | 36,6  | 149,5 | 80,3  | 31,5 | 10,2 | 6    | 1219,8 |
| 80/81 | 236,7 | 516,3 | 274,5 | 187,8 | 98,2  | 93,6  | 4     | 45,7  | 92,2  | 0,1  | 67,8 | 38,3 | 1655,2 |
| 81/82 | 88    | 539,9 | 113,3 | 220,6 | 89,8  | 44,5  | 17,3  | 9,8   | 10,8  | 120  | 14,5 | 33,1 | 1301,6 |
| 82/83 | 27    | 264,6 | 326,8 | 314,2 | 156,8 | 180,9 | 95,2  | 58,3  | 0     | 82,7 | 36,4 | 21,9 | 1564,8 |
| 83/84 | 97,8  | 186,8 | 206,1 | 158,2 | 184,5 | 94    | 35,7  | 0,9   | 2,6   | 24,5 | 4,4  | 16   | 1011,5 |
| 84/85 | 50,5  | 633   | 236,5 | 252   | 107,4 | 121,1 | 174,8 | 69,8  | 14,6  | 27,4 | 37,4 | 22,2 | 1746,7 |
| 85/86 | 93,9  | 308,5 | 153,4 | 192,7 | 50,5  | 136,6 | 87,2  | 66,3  | 1,2   | 81   | 5,9  | 53,3 | 1230,5 |
| 86/87 | 215,1 | 344,8 | 255,7 | 83,6  | 235,6 | 90,2  | 59,4  | 120,8 | 11,1  | 11,1 | 64,2 | 65,4 | 1557   |
| 87/88 | 63    | 169,6 | 117   | 408   | 241,2 | 103,4 | 55    | 34    | 18    | 0    | 10,9 | 82,8 | 1302,9 |
| 88/89 | 41    | 52,4  | 203,6 | 199,7 | 243,9 | 43,7  | 55,6  | 20,9  | 28,6  | 29,1 | 0    | 40,6 | 959,1  |
| 89/90 | 9,4   | 82    | 318,1 | 227,8 | 218,3 | 41,3  | 30,9  | 10,8  | 147,8 | 18,9 | 3,9  | 37,7 | 1146,9 |
| 90/91 | 142,7 | 143,6 | 149,7 | 169,1 | 158,6 | 180,2 | 76,7  | 33,4  | 11,3  | 11,1 | 56,7 | 72,6 | 1205,7 |
| 91/92 | 140,7 | 375,1 | 196,7 | 249,8 | 94,1  | 138,9 | 69,6  | 58    | 84    | 27,8 | 0    | 13,5 | 1448,2 |
| 92/93 | 153,1 | 449,8 | 348,8 | 148,9 | 181,1 | 134,7 | 57,5  | 14    | 70    | 3,9  | 51,5 | 92,2 | 1705,1 |
| 93/94 | 117,1 | 446,7 | 236   | 247,5 | 131,5 | 43    | 116,5 | 24    | 12,5  | 19,3 | 0    | 30   | 1424,1 |
| 94/95 | 57    | 143,5 | 317   | 227   | 32,5  | 148,5 | 114   | 49,5  | 52,9  | 9,5  | 5,5  | 17,5 | 1174,4 |
| 95/96 | 171   | 44    | 300,5 | 249,5 | 242,3 | 7     | 63    | 20,5  | 0     | 5,3  | 7    | 19,5 | 1129,6 |
| 96/97 | 61    | 113   | 210,5 | 74    | 233,4 | 33,5  | 34    | 43    | 24,5  | 0    | 16,5 | 63   | 906,4  |
| 97/98 | 167   | 195,5 | 354,1 | 271,8 | 116,8 | 158,5 | 179,9 | 104,5 | 14    | 45,5 | 22,5 | 0    | 1630,1 |
| 98/99 | 61,5  | 184,5 | 119,9 | 78,8  | 107   | 103,6 | 8     | 16,3  | 0     | 8    | 0    | 24,5 | 608,5  |
| 99/00 | 29,5  | 187,6 | 257,6 | 98    | 262,8 | 103,6 | 78,5  | 9,5   | 13    | 11   | 17   | 23,5 | 909,5  |

Los valores en rojo corresponden a registros completados con el método de promedios históricos

**APÉNDICE N°2. PRECIPITACIÓN MENSUAL Y ANUAL EN MM PARA LA ESTACIÓN LAGUNA MALLECO**

| AÑO   | ABR   | MAY   | JUN   | JUL   | AGO   | SEP   | OCT   | NOV   | DIC   | ENE   | FEB   | MAR   | ANUAL  |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 76/77 | 48    | 98    | 326   | 185   | 56    | 106   | 344   | 72    | 150   | 50    | 74    | 87    | 1596   |
| 77/78 | 238   | 308   | 480   | 346   | 265   | 126   | 167   | 232   | 78    | 98,8  | 14    | 83    | 2435,8 |
| 78/79 | 11,5  | 440   | 449,5 | 1285  | 67,5  | 322   | 280   | 321   | 3,5   | 64    | 8     | 0     | 3252   |
| 79/80 | 75    | 385,5 | 103   | 644   | 682   | 343   | 133   | 354   | 236,5 | 51    | 23,5  | 47,5  | 3078   |
| 80/81 | 443   | 977   | 580,5 | 527   | 456   | 131,5 | 32    | 173   | 158,5 | 0     | 325   | 73    | 3876,5 |
| 81/82 | 260   | 1232  | 342   | 516,5 | 255,5 | 189,5 | 171,5 | 52,5  | 38    | 307   | 35    | 111   | 3510,5 |
| 82/83 | 76,5  | 582,6 | 731,5 | 787,5 | 459   | 355   | 390   | 174   | 0     | 98,5  | 124   | 79    | 3857,6 |
| 83/84 | 244   | 384   | 506,5 | 431,5 | 411   | 214   | 177,5 | 10    | 31,5  | 92    | 34    | 24    | 2560   |
| 84/85 | 100,5 | 1191  | 384,5 | 522,5 | 219   | 363,5 | 593   | 141,5 | 37,5  | 110,5 | 145,5 | 76    | 3885   |
| 85/86 | 292   | 683   | 566,5 | 231   | 195,5 | 267   | 290,5 | 153,5 | 12    | 99,5  | 26    | 122,5 | 2939,5 |
| 86/87 | 334,5 | 753   | 705   | 280   | 531   | 165   | 189,5 | 457,5 | 32,5  | 25,5  | 60    | 140,5 | 3674,2 |
| 87/88 | 178   | 354   | 390,5 | 835,5 | 539,5 | 196,1 | 171,5 | 112   | 57    | 0     | 23,5  | 185   | 3042,6 |
| 88/89 | 118,5 | 147,5 | 550,5 | 186   | 499   | 102   | 184,5 | 35,5  | 153   | 122   | 0     | 155,5 | 2254   |
| 89/90 | 28    | 120,2 | 582   | 393,5 | 415,5 | 93    | 85,5  | 51    | 402   | 20    | 29    | 87,5  | 2307,2 |
| 90/91 | 221,2 | 430   | 362   | 321   | 358,5 | 479,7 | 135   | 0     | 80    | 42    | 48,5  | 148,5 | 2626,4 |
| 91/92 | 342,8 | 793   | 439,5 | 516,5 | 89    | 253,9 | 127,5 | 84,5  | 305,6 | 64,5  | 15,5  | 65,5  | 3097,8 |
| 92/93 | 381,2 | 955   | 617,9 | 483,5 | 307,5 | 261   | 381   | 83    | 223,5 | 12    | 8,5   | 39,7  | 3753,8 |
| 93/94 | 410   | 909   | 676,5 | 529,3 | 359,8 | 101,2 | 243,7 | 80    | 141,5 | 72,5  | 4,5   | 138   | 3666   |
| 94/95 | 260,1 | 431   | 503,5 | 337,5 | 162   | 391,1 | 245,3 | 259   | 243   | 64    | 29    | 94,5  | 3020   |
| 95/96 | 303,5 | 164,9 | 811,5 | 658   | 323,6 | 58    | 277   | 41    | 0     | 73    | 29,5  | 18    | 2758   |
| 96/97 | 146   | 176   | 338,5 | 128   | 337,5 | 147,5 | 114,3 | 126,5 | 26,2  | 38    | 84,8  | 115   | 1778,3 |
| 97/98 | 531,4 | 232,4 | 911   | 468   | 229   | 331,5 | 370,5 | 298,5 | 121,8 | 131   | 75,5  | 1,5   | 3702,1 |
| 98/99 | 148   | 331   | 301   | 237   | 227,7 | 232   | 221,5 | 63,5  | 0     | 19    | 11,7  | 47    | 1839,4 |
| 99/00 | 127   | 512,6 | 533   | 209   | 747   | 444   | 221,5 | 54,5  | 107,8 | 8     | 59,3  | 40,8  | 3064,5 |

Los valores en rojo corresponden a registros completados con el método de promedios históricos

**APÉNDICE N°3. CAUDALES MEDIOS MENSUALES Y ANUALES EN M<sup>3</sup>/SEG DE LA ESTACIÓN RÍO MALLECO EN COLLIPULLI**

| <b>AÑO</b> | <b>ABR</b> | <b>MAY</b> | <b>JUN</b> | <b>JUL</b> | <b>AGO</b> | <b>SEP</b> | <b>OCT</b> | <b>NOV</b> | <b>DIC</b> | <b>ENE</b> | <b>FEB</b> | <b>MAR</b> | <b>ANUAL</b> |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------------|
| 76/77      | 5,04       | 7,94       | 56,3       | 26,1       | 28,1       | 27,3       | 46,8       | 16,4       | 12,9       | 6,1        | 4,4        | 5,26       | 23,2         |
| 77/78      | 8,39       | 56,5       | 54,3       | 99,3       | 52,1       | 40,6       | 35,9       | 27         | 14,4       | 9,86       | 5,99       | 4,38       | 34,1         |
| 78/79      | 3,65       | 17,4       | 35,8       | 77,7       | 33,8       | 48,7       | 43,3       | 25,1       | 11,4       | 5,42       | 4,38       | 3,96       | 25,9         |
| 79/80      | 3,75       | 14         | 15,1       | 40         | 186        | 59         | 26,7       | 35,9       | 27,3       | 5,95       | 4,57       | 4,07       | 35,2         |
| 80/81      | 23,4       | 93,8       | 78,4       | 61,8       | 59,5       | 20,8       | 14,7       | 12,1       | 7,43       | 7,38       | 12,3       | 10,7       | 33,5         |
| 81/82      | 9,25       | 89,9       | 46,7       | 61,6       | 36,7       | 27,9       | 14,8       | 10,6       | 4,78       | 18,2       | 9,35       | 7,11       | 28,1         |
| 82/83      | 3,27       | 26,3       | 68,2       | 103        | 50         | 50,5       | 52,7       | 22,9       | 11,7       | 4,98       | 3,79       | 2,93       | 33,4         |
| 83/84      | 5,4        | 15,9       | 53,4       | 45,1       | 39         | 27,7       | 27,7       | 12,7       | 4,71       | 4,9        | 3,56       | 3,19       | 20,3         |
| 84/85      | 2,8        | 63,6       | 41,5       | 90,6       | 30,1       | 40,3       | 51         | 34,4       | 12,2       | 3,56       | 3,2        | 2,9        | 31,3         |
| 85/86      | 12,1       | 52,3       | 40,5       | 63,8       | 22,7       | 26,7       | 21,5       | 22,5       | 6,14       | 6,43       | 3,81       | 3,6        | 23,5         |
| 86/87      | 12,7       | 59,8       | 92,7       | 27,7       | 52,3       | 30,2       | 22,3       | 30,6       | 19,4       | 3,96       | 3,4        | 3,48       | 29,9         |
| 87/88      | 4,4        | 17,1       | 44,3       | 69,9       | 61,2       | 37,3       | 24,7       | 17         | 6,08       | 5,18       | 3,63       | 3,51       | 24,5         |
| 88/89      | 4,15       | 7,65       | 29,8       | 35,7       | 57,8       | 27,9       | 23,6       | 7,35       | 7,18       | 5,24       | 3,25       | 3,63       | 17,8         |
| 89/90      | 2,48       | 2,64       | 34,3       | 39,2       | 64,3       | 31,6       | 17,1       | 9,33       | 33,9       | 3,99       | 2,85       | 2,7        | 20,4         |
| 90/91      | 19,1       | 27,1       | 42,2       | 27,9       | 50,9       | 51,6       | 23,8       | 16,6       | 7,08       | 6,98       | 4,07       | 4,93       | 23,5         |
| 91/92      | 9,66       | 70,8       | 44,4       | 64,9       | 38,3       | 36         | 20,8       | 11,2       | 19,4       | 4,99       | 2,79       | 2,75       | 27,2         |
| 92/93      | 15,4       | 94         | 102        | 47,4       | 29,2       | 40,8       | 38,2       | 23,9       | 12,8       | 8,91       | 5,5        | 5,47       | 35,3         |
| 93/94      | 15,8       | 81         | 88,8       | 84,4       | 50,6       | 27,7       | 18,5       | 17,5       | 25,2       | 6,3        | 3,7        | 3,53       | 35,3         |
| 94/95      | 6,58       | 22,5       | 60,5       | 69,8       | 28,7       | 41,7       | 45         | 17,6       | 26,9       | 5,39       | 3,22       | 3,27       | 27,6         |
| 95/96      | 9,66       | 12,4       | 65,4       | 75,9       | 64,6       | 40,9       | 28,2       | 13,9       | 5,64       | 6,74       | 3,9        | 3,86       | 27,6         |
| 96/97      | 11,3       | 15,7       | 33,2       | 18,5       | 29,6       | 25,8       | 12,1       | 8,18       | 4,45       | 3,5        | 3,07       | 3,28       | 14,1         |
| 97/98      | 18,5       | 29,6       | 78,8       | 52,5       | 46,5       | 43,1       | 42,1       | 30,6       | 11,7       | 2,92       | 3,27       | 1,97       | 30,1         |
| 98/99      | 4,51       | 7,19       | 15,1       | 21,2       | 22,5       | 17         | 8,22       | 4,31       | 3,32       | 6,09       | 4,13       | 3,9        | 9,79         |
| 99/00      | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | -          | 20,9         |

Los valores en rojo corresponden a registros completados con el método de promedios históricos.

El símbolo "-" significa que esos registros no fueron entregados.

**APÉNDICE N°4. TEMPERATURAS ANUALES PROMEDIOS ENTRE LAS ESTACIONES EL VERGEL, LA MONA Y LONQUIMAY**

| <b>AÑO</b> | <b>ANUAL</b> |
|------------|--------------|
| 81/82      | 12,4         |
| 82/83      | 13,6         |
| 83/84      | 13,6         |
| 84/85      | 13,1         |
| 85/86      | 13,7         |
| 86/87      | 13,3         |
| 87/88      | 14,2         |
| 88/89      | 13,7         |
| 89/90      | 13,9         |
| 90/91      | 13,7         |
| 91/92      | 13,3         |
| 92/93      | 13,7         |
| 93/94      | 14,2         |
| 94/95      | 11,1         |
| 95/96      | 13,8         |
| 96/97      | 13,5         |
| 97/98      | 14,4         |
| 98/99      | 14,4         |
| 99/00      | 14,4         |

# ANEXO

## ANEXO N°1. VALIDACIÓN DE SUPUESTOS EN LA REGRESIÓN LINEAL

❖ Modelo de regresión sin corrección:

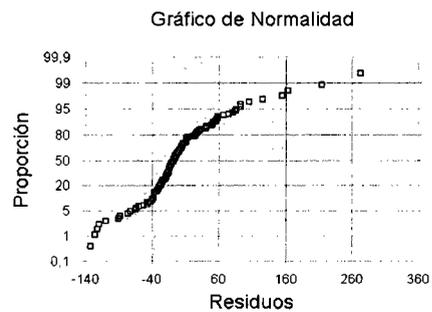
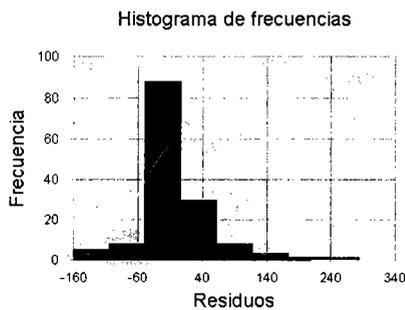
$$\text{PPEMA} = 14.43 + 1.47 \cdot \text{PPCOL}$$

Donde:

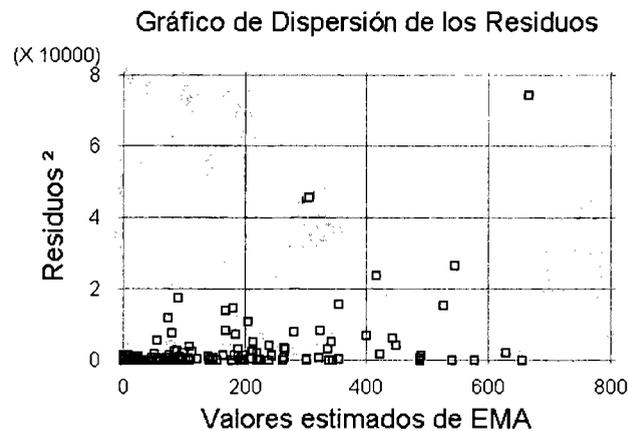
PPEMA : precipitación mensual en mm de la estación Encimar Malleco.

PPCOL : precipitación mensual en mm de la estación Collipulli.

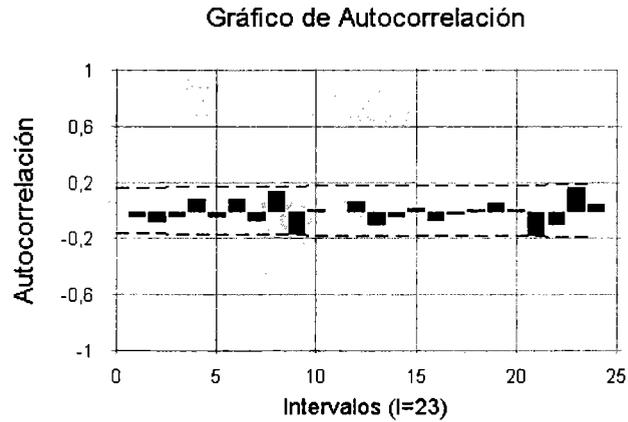
a) Supuesto de Normalidad: no cumple.



b) Supuesto de Homocedasticidad: no cumple.



c) Supuesto de No autocorrelación: si cumple (no existe autocorrelación).



❖ Modelo de regresión corregido:

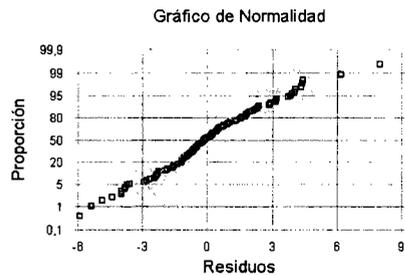
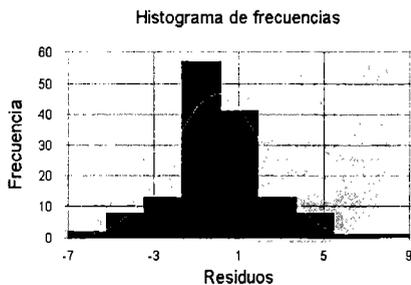
$$\sqrt{\text{PPEMA}} = 1.19 + 1.15 * \sqrt{\text{PPCOL}}$$

Donde:

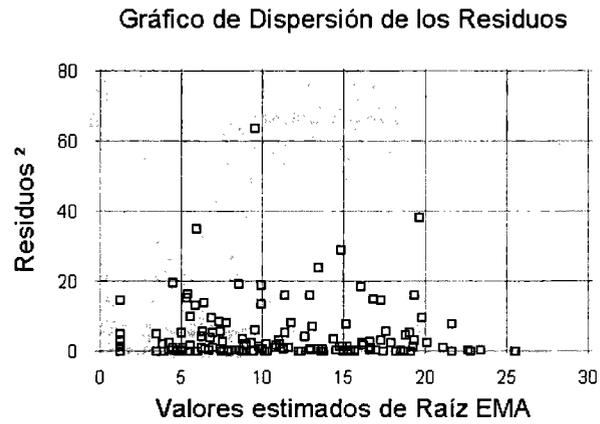
PPEMA : precipitación mensual en mm de la estación Encimar Malleco.

PPCOL : precipitación mensual en mm de la estación Collipulli.

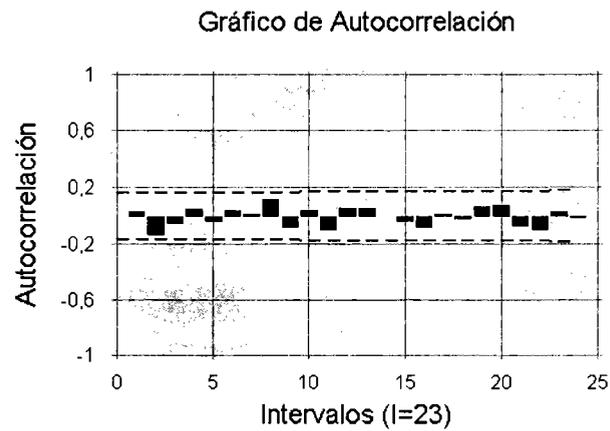
a) Supuesto de Normalidad: si cumple.



b) Supuesto de Homocedasticidad: si cumple.



c) Supuesto de No autocorrelación: si cumple (no existe autocorrelación).



## ANEXO N°2.- CÁLCULO DE LAS PRECIPITACIONES MEDIAS ANUALES A TRAVÉS DEL MÉTODO POLÍGONOS DE THIESSEN

$$P_{mj} = \frac{\sum S_i * P_{ij}}{\sum S_i}$$

Donde:

$P_{mj}$  : Precipitación media en mm del área en estudio, en el tiempo j.

$P_{ij}$  : Precipitación en mm de la estación i en el tiempo j.

$\sum S_i$ : Superficie en km<sup>2</sup> de influencia de la estación i.

Superficie de influencia para cada estación en estudio:

Estación Encimar Malleco: 63.63 km<sup>2</sup>

Estación Collipulli : 55.06 km<sup>2</sup>

Estación Laguna Malleco : 309.31 km<sup>2</sup>

De esta forma considerando cada uno de los valores de precipitación para cada estación, se obtuvo la precipitación media areal mensual y anual. A fin de demostrar como se obtuvo, se calcula la precipitación media areal de Abril (ABR) del periodo 78/79 y la precipitación media areal para dicho periodo:

$$P_{m \text{ ABR } 78 / 79} = \frac{((13 \text{ mm} * 63.63 \text{ km}^2) + (11.5 \text{ mm} * 309.31 \text{ km}^2) + (6.3 \text{ mm} * 55.06 \text{ km}^2))}{428 \text{ km}^2}$$

$$P_{m \text{ ABR } 78 / 79} = 11.1 \text{ mm}$$

$$P_{m\ 78/79} = \frac{((2223.7\ mm * 63.63\ km^2) + (3252\ mm * 309.31\ km^2) + (1415.1\ mm * 55.06\ k^2))}{428\ km^2}$$

$$P_{m\ 78/79} = 2862.8\ mm$$

### ANEXO N°3.- CÁLCULO DE LA APORTACIÓN ESPECÍFICA

El cálculo de la aportación específica considera el número de días exactos de cada mes y la sumatoria de ellos para su cálculo anual. De esta manera, la fórmula para su cálculo fue la siguiente:

$$APES_j = Q_j * (nsa_j / S)$$

Donde:

$APES_j$  : Aportación específica en mm del área de estudio, en el tiempo j.

$Q_j$  : Caudal medio en  $m^3/seg$  del área en estudio, en el tiempo i.

$nsa_j$  : Número de segundo en el tiempo i.

$S$  : Superficie de la cuenca del río Malleco en  $m^2$ .

Es así como, considerando cada uno de los valores de caudal medio mensual y anual de la estación Malleco en Collipulli, se obtuvo la aportación específica mensual y anual. A fin de demostrar como se obtuvo, se calcula la aportación específica de Abril (ABR) del periodo 78/79 y la aportación específica para dicho periodo:

$$APES_{ABR\ 78/79} = (3.65\ m^3/seg) * (2592000000\ seg / 428000000\ m^2)$$

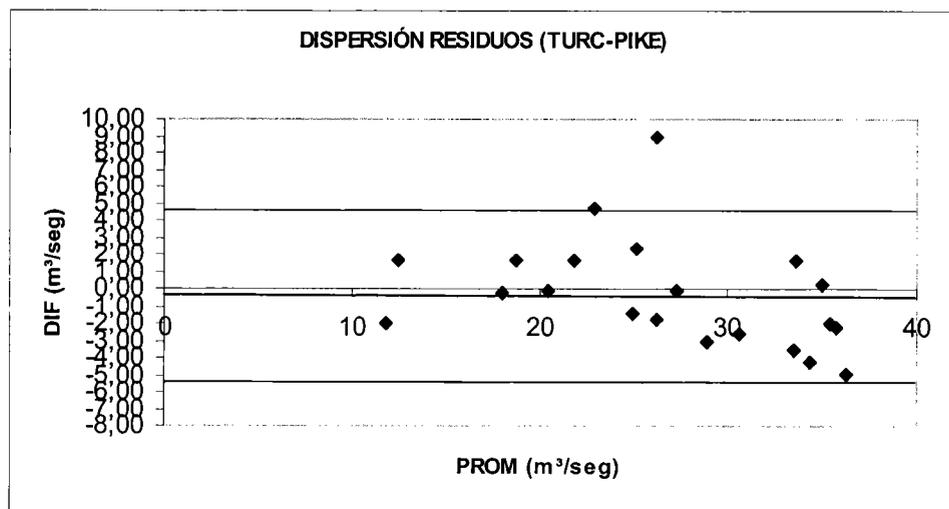
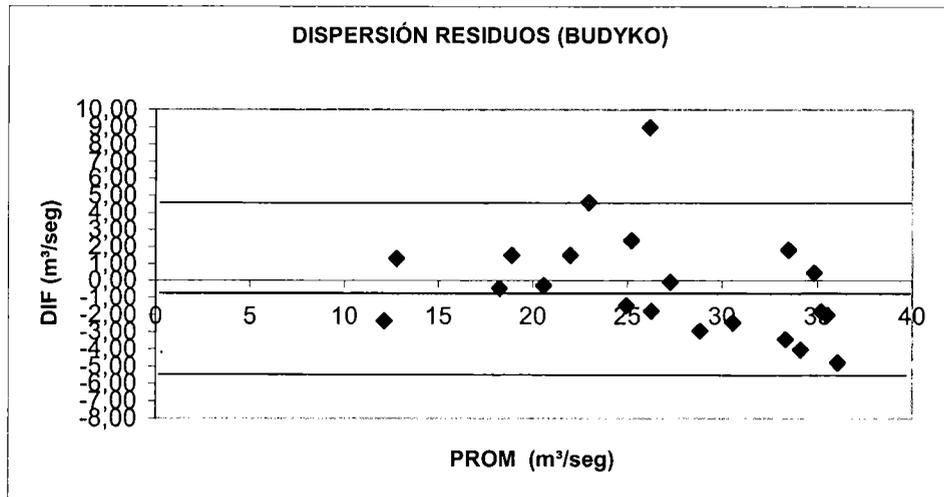
$$APES_{ABR\ 78/79} = 22.1\ mm$$

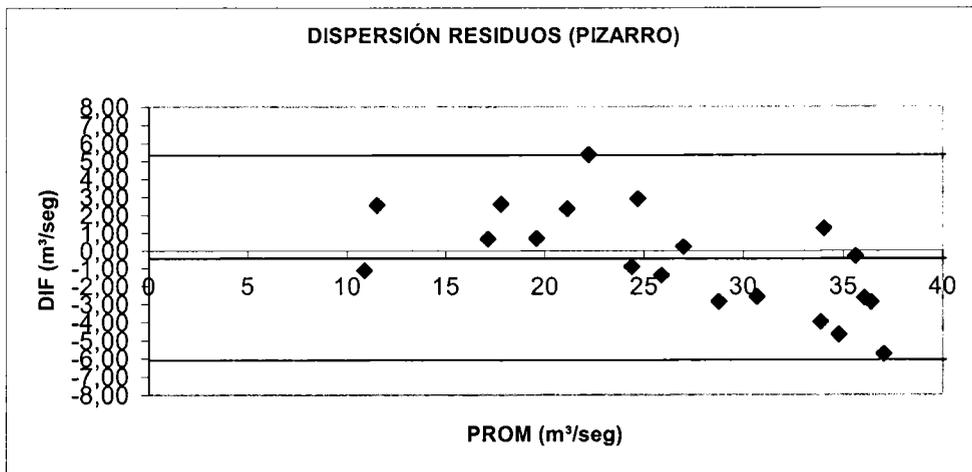
$$APES_{78/79} = (25.9\ m^3/seg) * (31536000000\ seg / 428000000\ m^2)$$

$$APES_{78/79} = 1908.4\ mm$$

## ANEXO N°4. GRÁFICOS DE DISPERSIÓN DE LOS RESIDUOS (ACBA)

### 1.- Modelos Indirectos





## 2.- Modelos Directos.

